7. INTERFERENZA

7.1. Interferenza in una molla

Uno dei risultati più sorprendenti ottenuti negli esperimenti, descritti nel capitolo 5, sulle onde che si propagano in una molla è stato il fatto che due impulsi che si propagano in versi opposti passino l'uno attraverso l'altro senza influenzarsi. La forma dello spostamento della molla veniva spiegata sommando gli spostamenti delle singole onde (principio di sovrapposizione). Nella Fig. 5.9, per esempio, sono rappresentate le successive deformazioni subite da una molla mentre due impulsi opposti passano l'uno attraverso l'altro. Il punto *P* a metà strada tra i due impulsi rimane indisturbato poiché la somma degli spostamenti dei singoli impulsi in questo punto produce un annullamento dello spostamento durante l'intersezione. Questo comportamento di due impulsi opposti è alquanto difficile da osservare poiché si devono esaminare gli impulsi esattamente nell'istante in cui si intersecano. Tuttavia se si ricorre a onde periodiche, si può osservare più facilmente l'annullamento dello spostamento.

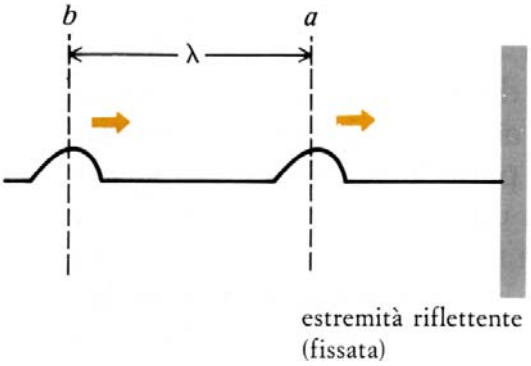

Fig. 7.1. Due impulsi si propagano verso l'estremità riflettente di una molla.

Quando un'onda periodica si propaga lungo una molla fissata a un'estremità, ogni singolo impulso viene riflesso capovolto. Noi sappiamo che un impulso riflesso si sovrappone a ogni impulso incidente che incontra, perciò supponiamo di considerare in primo luogo soltanto due impulsi *a* e *b*, separati da una lunghezza d'onda λ, mentre si propagano verso l'estremità in cui avviene la riflessione (Fig. 7.1). Qualche istante dopo la riflessione, il primo impulso incontra il secondo e fra i due impulsi si produce un annullamento dello spostamento nel punto medio *P* (Fig. 7.2); nella Fig. 7.3 gli impulsi sono rappresentati mentre si incontrano. Poiché i due impulsi erano separati inizialmente da una distanza λ, possiamo vedere che il punto *P* è a una distanza $\lambda/2$ dall'estremità riflettente. L'impulso *c* che raggiunge *P* successivamente si sovrappone all'impulso riflesso *b* determinando di nuovo l'annullamento dello spostamento. Poiché l'onda è periodica, ciò avviene ogni volta che un impulso passa per *P* e, sebbene il moto della molla nel suo insieme sia complicato, il punto *P* rimane sempre fermo. Questo punto è detto nodo. Esistono altri nodi separati dalla distanza $\lambda/2$, come potete vedere determinando dove si annullano gli impulsi *a* e *c*.

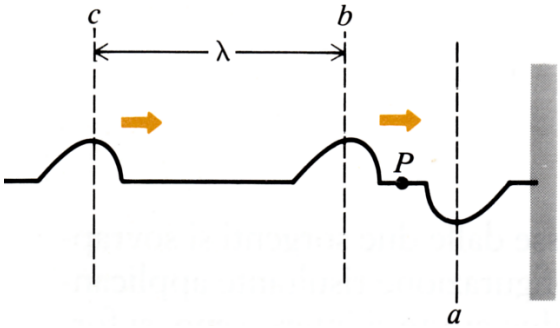

Fig. 7.2. La molla dopo che uno degli impulsi è stato riflesso. L'impulso riflesso *a* è capovolto e si propaga verso l'impulso incidente *b*. Un terzo impulso *c* si sta avvicinando alla distanza λ da *b*.

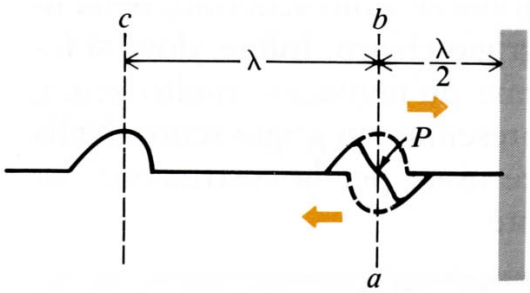

Fig. 7.3. Gli impulsi *a* e *b* delle figure 7.1 e 7.2 mentre si incontrano nel punto *P*.

È chiaro che avremmo potuto produrre nodi altrettanto facilmente generando onde periodiche appropriate alle opposte estremità di una lunga molla. L'uso di un'estremità fissa come mezzo per generare un'onda che si propaga in senso opposto è dettato solo da ragioni di comodità.

Il fenomeno che abbiamo appena descritto, e cioè la sovrapposizione di due onde periodiche con la formazione di una serie di nodi, è detto interferenza. Invece di cercare subito il corrispondente effetto per la luce, procederemo a studiare in modo sistematico l'interferenza.

Quesiti

7.1. Nella Fig. 7.3, a che distanza dalla parete l'impulso *c* incontra l'impulso *a* per formare il nodo successivo?

7.2. Se un'onda periodica i cui impulsi hanno ciascuno la forma indicata nella Fig. A si propagasse lungo una molla e voi voleste produrre nodi inviando impulsi periodici appropriati nel verso opposto, quale forma dovrebbero avere questi impulsi?

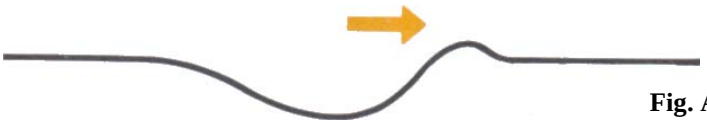

Fig. A

7.2. Interferenza di onde generate da due sorgenti puntiformi

Per studiare l'interferenza con l'ondoscopio utilizzeremo sorgenti puntiformi generatrici di onde circolari. Consideriamo due sorgenti puntiformi poste una accanto all'altra alla distanza *d*, ciascuna delle quali generi impulsi della stessa frequenza, e supponiamo che le sorgenti si muovano in modo tale da immergersi nell'acqua simultaneamente, in modo da produrre contemporaneamente una cresta. Quando ciò avviene, si dice che le sorgenti sono in fase. Possiamo rappresentare le onde generate dalle due sorgenti disegnando due sistemi di circonferenze concentriche affiancate e con i centri alla distanza *d* (Fig. 7.4). Le circonferenze rappresentano le creste delle onde che si stanno allontanando dalle sorgenti. Poiché le sorgenti sono periodiche, le creste sono sempre separate dalla stessa distanza, pari a una lunghezza d'onda. La distanza fra le creste è la stessa in entrambi i sistemi di circonferenze perché la lunghezza d'onda è la stessa per entrambe le sorgenti. I raggi delle creste circolari corrispondenti sono uguali in ogni sistema perché le sorgenti sono in fase.

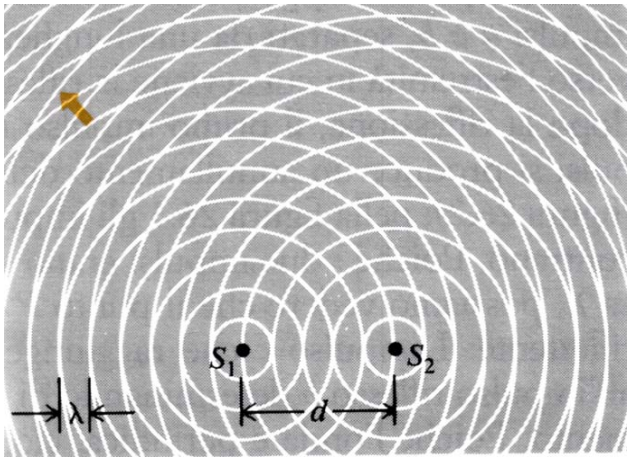

Fig. 7.4. Le circonferenze rappresentano le creste delle onde generate dalle due sorgenti S_1 e S_2 poste alla distanza *d*. Le sorgenti sono periodiche e in accordo di fase. La freccia in colore indica una zona che esamineremo più attentamente in seguito.

Che cosa avviene quando le onde emesse dalle due sorgenti si sovrappongono? Cerchiamo di prevedere la configurazione risultante applicando il principio di sovrapposizione. Dove due creste si intersecano, si forma una «cresta doppia» e tali «creste doppie» producono zone luminose sullo schermo dell'ondoscopio.

Nella Fig. 7.5(*a*) abbiamo messo in evidenza queste zone rappresentandole in bianco. Dove una cresta proveniente da una sorgente incontra una valle proveniente dall'altra, l'acqua rimane pressoché indisturbata e queste zone appaiono meno luminose sullo schermo; nella Fig. 7.5(*a*) esse sono rappresentate

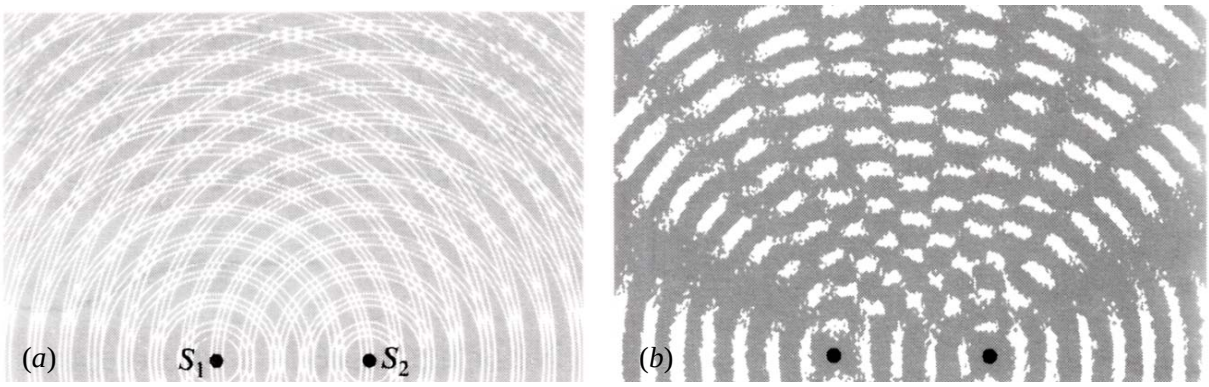

Fig. 7.5. La configurazione che prevediamo applicando il principio di sovrapposizione alle onde provenienti dalle due sorgenti puntiformi della Fig. 7.4. Le zone bianche indicano i punti in cui le creste incontrano le creste, le zone in grigio chiaro rappresentano le zone in cui una cresta incontra una valle e l'acqua non è perturbata, le zone in cui si incontrano due valli sono rappresentate in grigio più scuro.

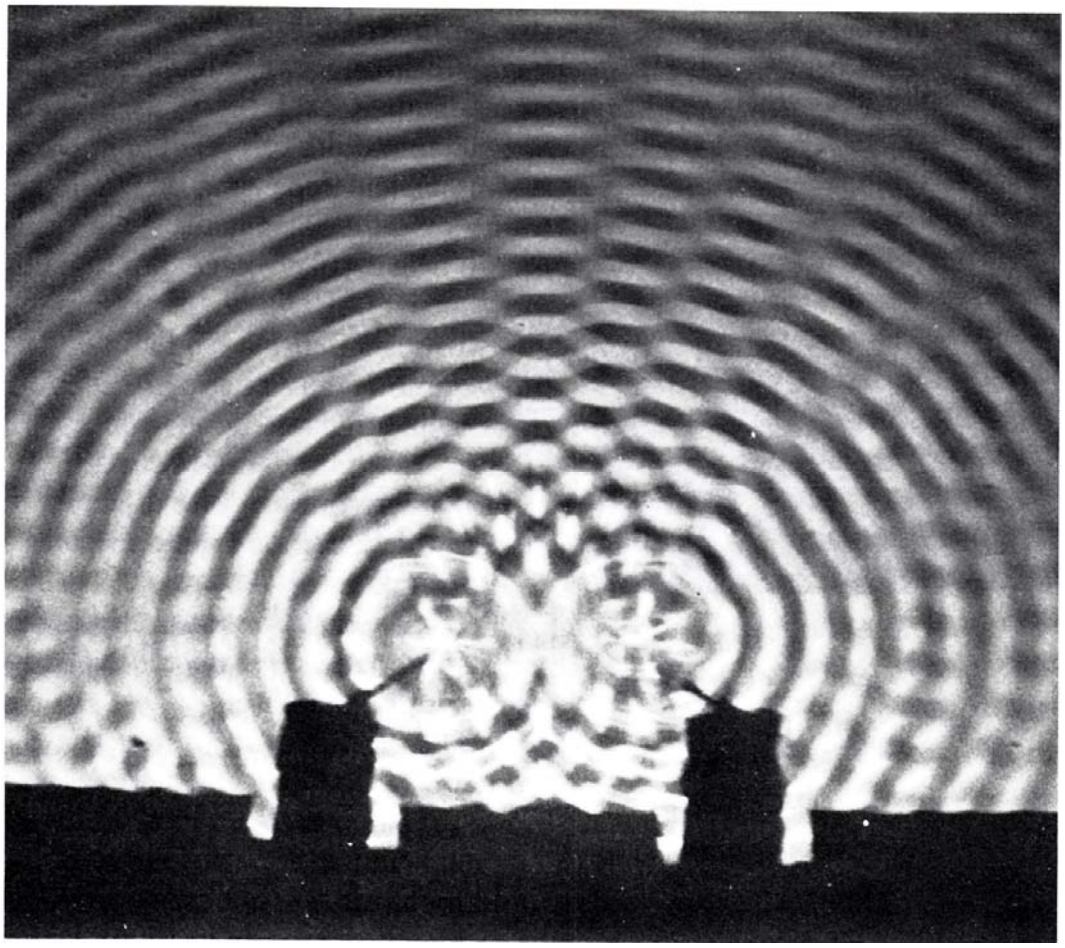

Fig. 7.6. Una fotografia della figura di interferenza prodotta da due sorgenti puntiformi in fase. Notate le linee nodali che si irraggiano verso l'esterno.

in grigio chiaro. Infine, dove si incontrano due valli, sullo schermo si forma un'immagine molto scura; nella Fig. 7.5(*a*) queste zone sono rappresentate in grigio scuro. Nella Fig. 7.5(*b*) abbiamo soppresso le linee usate per la costruzione, lasciando soltanto la configurazione risultante.

Perciò dalla sovrapposizione delle onde della Fig. 7.4 dovrebbe risultare la configurazione della Fig. 7.5(*b*). La correttezza di questa ipotesi è dimostrata dalla fotografia delle onde generate da due sorgenti puntiformi (Fig. 7.6).

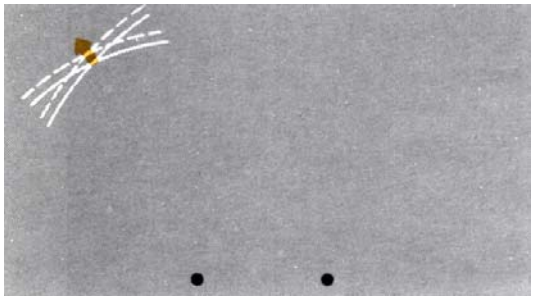

Fig. 7.7. Le linee bianche a tratto continuo rappresentano le creste doppie in corrispondenza della coda della freccia in colore nella Fig. 7.4. Gli archi tratteggiati rappresentano due creste dopo qualche istante. I due punti neri rappresentano le sorgenti.

Abbiamo dunque costruito una figura di interferenza sovrapponendo le onde generate da due sorgenti e abbiamo verificato che a un certo istante la configurazione osservata nell'ondoscopio concorda con quella che avevamo previsto. Esaminiamo ora come varia la figura di interferenza. Cominceremo col determinare come si muove una «una cresta doppia». Nella Fig. 7.7 sono rappresentate le due creste che si intersecano per formare una cresta doppia in corrispondenza della coda della freccia nella Fig. 7.4; gli archi tratteggiati nella Fig. 7.7 rappresentano le stesse creste dopo un breve intervallo di tempo. Ciascuna cresta si allontana dalla propria sorgente e di conseguenza anche la cresta doppia si allontana dalla regione delle sorgenti nella direzione indicata dalla freccia.

Durante un intero periodo T, la cresta generata da ciascuna sorgente si sarà spostata allontanandosi di un'intera lunghezza d'onda λ e la cresta doppia si sarà spostata dalla coda alla punta della freccia nella Fig. 7.4. Le creste doppie e le valli doppie in tutto l'ondoscopio presenteranno lo stesso tipo di moto verso l'esterno. Di conseguenza ciascuna fila di creste doppie e di valli doppie si muove allontanandosi dalla regione delle sorgenti mentre vicino alle sorgenti si formano nuove creste doppie e nuove valli doppie. Ciascuna fila è un *treno di onde* (*) in moto.

(*) In fisica, si dice *treno d'onde* un insieme ininterrotto di onde di qualsiasi natura, emesso dalla sorgente in un intervallo di tempo limitato, più o meno breve.

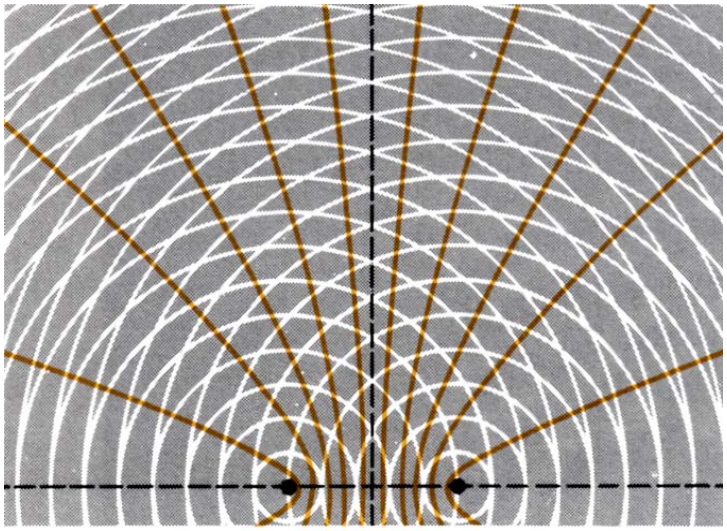

Fig. 7.8. Le linee nodali dovute a due sorgenti. Tra le linee nodali ci sono creste doppie e valli doppie in moto.

Che cosa accade nelle zone della Fig. 7.5(*b*) comprese tra i treni d'onde in moto? In queste zone le creste si sovrappongono sempre alle valli e la superficie dell'acqua non si increspa. Esaminiamo la linea fra due treni d'onde a ogni istante, scegliamo una delle zone punteggiate della Fig. 7.5(*a*) e partiamo dalla cresta di un'onda generata in S_1. Dato che coincide con una valle generata da S_2, non si ha uno spostamento risultante sensibile della superficie dell'acqua e l'acqua rimane praticamente indisturbata. Muoviamoci ora dalle sorgenti verso l'esterno lungo questa zona. Così facendo, scendiamo dalla cresta dell'onda generata da S_1 e saliamo dalla valle dell'onda emessa da S_2. Finché le onde sono quasi simmetriche, cosicché una valle appare come una cresta capovolta, la somma degli spostamenti delle due onde continua a dare uno spostamento totale nullo. Se ci allontaniamo dalla zona delle sorgenti, giungiamo a una valle di S_1, nello stesso punto in cui giunge una cresta di S_2.

Gli spostamenti verso l'alto e verso il basso si annullano nuovamente e possiamo vedere che, proseguendo lungo le intersezioni delle creste e delle valli, troviamo acqua pressoché indisturbata. Guardando la Fig. 7.6 (o, ancora meglio, la superficie dell'acqua di un ondoscopio), possiamo vedere queste zone di acqua imperturbata che si estendono verso l'esterno dalla regione delle sorgenti e separano i treni d'onde di creste e valli rinforzate.

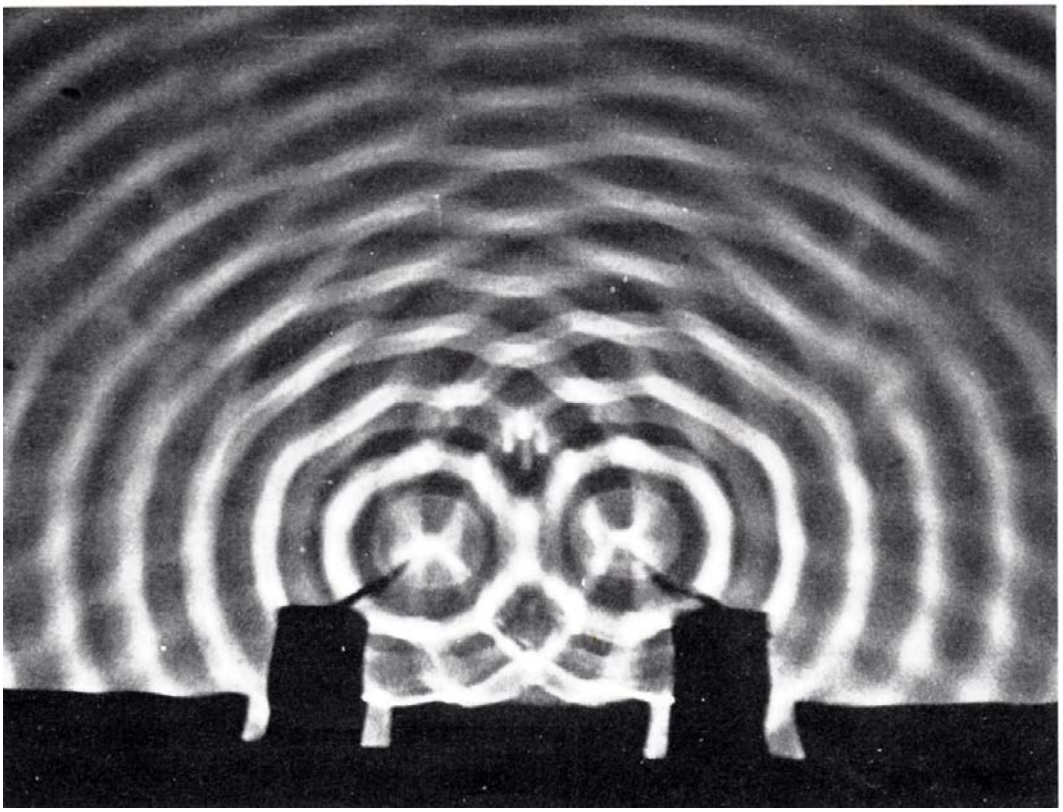

Fig. 7.9. Figura di interferenza prodotta da due sorgenti come quella della Fig. 7.6, ma con una lunghezza d'onda maggiore.

Per analogia con i nodi in una molla, queste linee di perturbazione nulla sono dette linee nodali. Nella Fig. 7.8 sono state indicate con linee continue colorate.

Con una differente lunghezza d'onda o una diversa distanza fra le sorgenti, la figura di interferenza varia nei particolari, ma la configurazione rimane la stessa.

Nella Fig. 7.9 potete vedere un'altra figura di interferenza con una lunghezza d'onda maggiore; anche in questo caso, potete notare le linee nodali e le onde in moto al loro interno. Le onde appaiono lievemente mosse poiché la fotografia è stata eseguita con un'esposizione di 1/50 di secondo e durante questo tempo le onde si sono mosse percorrendo una frazione apprezzabile di lunghezza d'onda.

Sebbene nel nostro studio abbiamo considerato solo onde sulla superficie dell'acqua, in realtà non abbiamo usato alcuna proprietà particolare di tali onde per ottenere questi risultati. Abbiamo infatti applicato solo il principio di sovrapposizione, che è valido per tutte le onde. I risultati raggiunti in tutto questo capitolo sono pertanto ugualmente validi per tutte le onde.

Quesiti

7.3. Nella Fig. B le circonferenze rappresentano le creste delle onde prodotte dalle sorgenti S_1 e S_2. In quale dei punti *A*, *B* e *C* c'è una «cresta doppia», una «valle doppia», o un nodo?

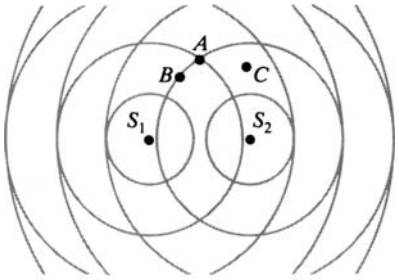

Fig. B

7.4. Confrontate la Fig. 7.6 con la Fig. 7.9.
(*a*) In quale delle due figure la lunghezza d'onda è maggiore?
(*b*) Quale altra differenza c'è tra le due figure di interferenza?

7.3. La forma delle linee nodali

Se esaminiamo le figure 7.6 e 7.9, notiamo che le linee nodali, benché siano lievemente curve vicino alle sorgenti, diventano presto praticamente rettilinee. Un altro fatto sorprendente è che il numero di linee nodali decresce al crescere della lunghezza d'onda.

Per facilitare lo studio di queste configurazioni conviene numerare le linee nodali per potere avere un miglior riferimento. Se esaminiamo nuovamente la Fig. 7.8, possiamo notare che la figura di interferenza è simmetrica, cioè a sinistra e a destra della linea centrale è esattamente la stessa. Ciò non deve sorprendere perché anche le sorgenti appaiono uguali a sinistra e a destra.

Per questo motivo è sufficiente considerare soltanto la metà delle linee nodali, per esempio quelle di destra. Chiamiamo dunque prima linea nodale la prima a destra della linea centrale (tratteggiata), la successiva è la seconda linea nodale e così via.

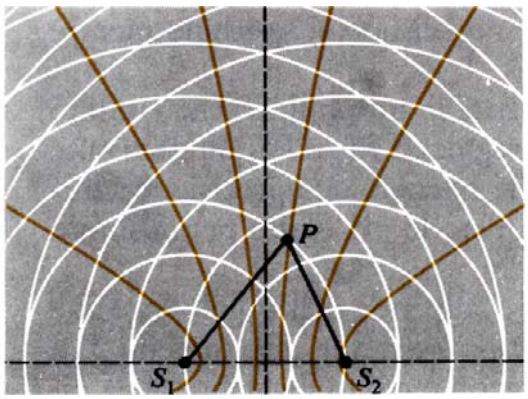

Fig. 7.10. La prima linea nodale. Per qualsiasi punto *P* sulla linea, la differenza fra le distanze di *P* da S_1 e da S_2 è pari a mezza lunghezza d'onda.

Quando ci riferiamo a una linea nodale senza specificare quale, parliamo in generale dell'*n*-esima linea nodale, dove *n* è un numero intero (1ª, 2ª, 3ª, ecc. linea nodale).

Denotiamo con *P* un punto appartenente alla prima linea nodale e congiungiamolo con le due sorgenti tracciando i segmenti $\overline{PS_1}$ e $\overline{PS_2}$ (Fig. 7.10); questi segmenti rappresentano le distanze da *P* a S_1 e da *P* a S_2. Contando le creste sul disegno, potete vedere che $\overline{PS_1} = 3\lambda$ e $\overline{PS_2} = 2\frac{1}{2}\lambda$, cosicché la differenza fra le distanze è:

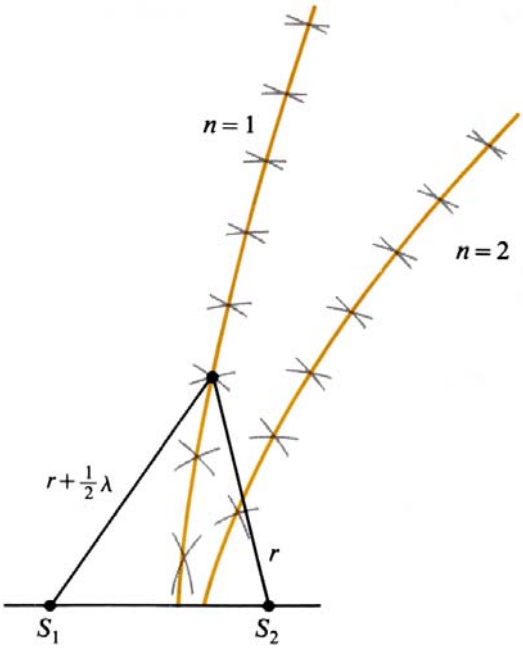

Fig. 7.11. Costruzione di una linea nodale. Gli archi sono tracciati con i centri nelle sorgenti S_2 e S_1 e con i raggi r e $r + (n - 1/2)\lambda$, rispettivamente. La linea nodale passa per le intersezioni degli archi. Le curve presentate sono la prima e la seconda linea nodale: $n = 1$ e $n = 2$.

$$\overline{PS_1} - \overline{PS_2} = \frac{1}{2}\lambda \,. \qquad [7.1]$$

Se avessimo scelto qualsiasi altro punto sulla prima linea nodale, avremmo trovato la stessa differenza $\frac{1}{2}\lambda$ tra le distanze di P da S_1 e da S_2 e quindi una cresta e una valle arrivano in questo punto sempre nello stesso istante.

La seconda linea nodale può essere caratterizzata in modo analogo. In questo caso se P è un punto qualsiasi sulla seconda linea nodale, la differenza delle distanze è:

$$\overline{PS_1} - \overline{PS_2} = \frac{3}{2}\lambda \qquad [7.2]$$

come si può anche vedere dalla Fig. 7.10. Continuando questo procedimento, arriviamo a una relazione che descrive l'n-esima linea nodale:

$$\overline{PS_1} - \overline{PS_2} = \left(n - \frac{1}{2}\right)\lambda \,. \qquad [7.3]$$

Con questa relazione è possibile costruire le linee nodali trovando l'intersezione delle circonferenze di raggio r e centro in S_2, con le circonferenze di raggio $r = \left(n - \frac{1}{2}\right)\lambda$ e centro in S_1, dove r ha un differente valore in ogni punto lungo la linea nodale, mentre n è costante per ogni linea nodale (Fig. 7.11).

Quesiti

7.5. Disegnate la figura di interferenza per il caso $d = 4\lambda$ su un foglio di carta abbastanza grande perché possiate vedere le linee nodali diventare rettilinee a grande distanza dalle sorgenti. Prolungate queste linee rette a ritroso verso le sorgenti e dimostrate che passano vicino al punto medio del segmento congiungente le sorgenti.

7.6. Costruite le linee nodali per due sorgenti puntiformi con $\lambda/d = 3$ con il metodo della Fig. 7.11. Questo metodo è realmente diverso da quello usato nel quesito 7.5?

7.7. Quale delle linee nodali nella Fig. 7.10 è costituita da punti P tali che $\overline{PS_1} - \overline{PS_2} = 3\lambda/2$?

7.8. Conoscete le distanze tra un punto di una linea nodale e le due sorgenti puntiformi in un ondoscopio. Che cos'altro dovete conoscere per calcolare le lunghezze d'onda delle onde?

7.9. Che cosa accadrebbe alle linee nodali se una delle due sorgenti generasse onde sempre più deboli fino a rimanere in quiete?

7.4. Lunghezze d'onda, distanza tra sorgenti e angoli

In un ondoscopio possiamo misurare la distanza di qualunque punto di una linea nodale dalle sorgenti e con la relazione [7.3] possiamo determinare la lunghezza d'onda λ. Per eseguire questa misura non è necessario fermare le onde perché le linee nodali non si spostano mentre misuriamo $\overline{PS_1}$ e $\overline{PS_2}$.

Spesso dobbiamo eseguire queste misure in un punto P che è molto distante da S_1 e S_2 e se misuriamo i due segmenti $\overline{PS_1}$ e $\overline{PS_2}$ direttamente e ne calcoliamo la differenza, sarà difficile ottenere una precisione sufficiente. È quindi necessario applicare un metodo più esatto per misurare la differenza tra le distanze.

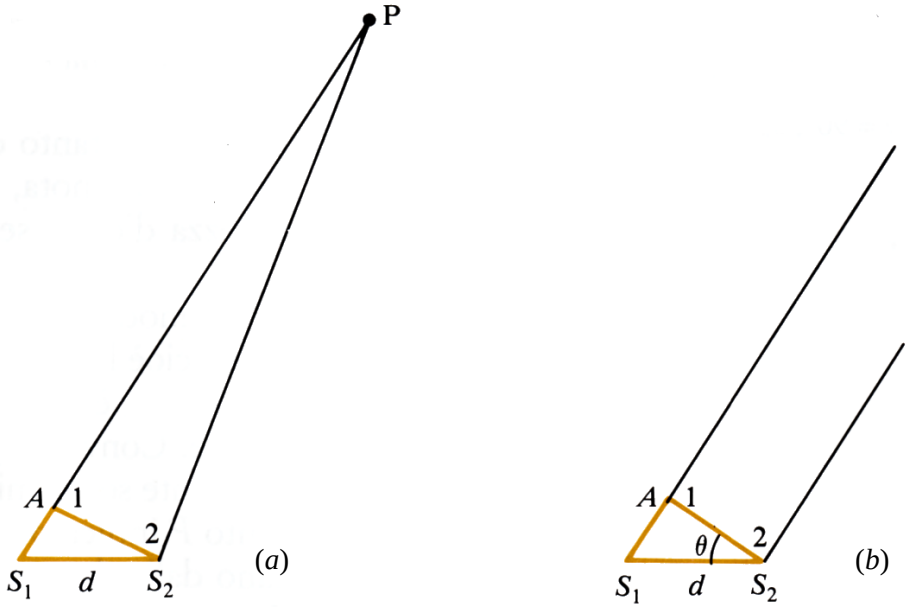

Fig. 7.12. (*a*) La differenza AS_1 fra le distanze di *P* dalle sorgenti si può determinare in base alla distanza d tra le sorgenti e all'ampiezza di un angolo. (*b*) Quando *P* è lontano dalle sorgenti, $AS_1 = d \cdot \sin\theta$.

Per ogni punto *P* la differenza $\overline{PS_1} - \overline{PS_2}$ dipende dall'angolo fra $\overline{PS_1}$ e *d*. Consideriamo la Fig. 7.12(*a*) che rappresenta le due sorgenti S_1 e S_2 e un punto *P*, la cui distanza dalle sorgenti è molto maggiore della distanza *d* tra esse. La distanza $\overline{PA}$ è uguale a $\overline{PS_2}$ e quindi gli angoli 1 e 2 sono uguali e $\overline{PS_1} - \overline{PS_2} = \overline{AS_1}$. Quanto più lontano è *P*, tanto più le rette PS_1 e PS_2 tendono a diventare parallele e questo ci permette di disegnare lo schema della Fig. 7.12(*b*) in cui il triangolo AS_1S_2 è un triangolo rettangolo perché gli angoli 1 e 2 sono ora angoli retti. Perciò, in base alla definizione del seno di un angolo, il seno di θ nella Fig. 7.12(*b*) risulta:

$$\sin\theta = \frac{\overline{AS_1}}{d}. \qquad [7.4]$$

Dato che $\overline{AS_1}$ rappresenta la differenza delle distanze di *P* dalle sorgenti, si ha:

$$\overline{PS_1} - \overline{PS_2} = d \cdot \sin\theta \qquad [7.5]$$

Questa relazione esprime la differenza tra le distanze di *P* dalle sorgenti in funzione della distanza tra le sorgenti e dell'angolo θ, che indica in che direzione si trova *P* rispetto alle sorgenti. Quando $\theta = 90°$, *P* si trova a destra del segmento che congiunge le sorgenti; quando $\theta = 0°$, *P* si trova verso la parte alta della Fig. 7.12(*b*).

Ora, quando *P* giace sull'*n*-esima linea nodale, possiamo combinare le relazioni [7.3] e [7.5] ottenendo:

$$\left(n - \frac{1}{2}\right)\lambda = d \cdot \sin\theta_n \qquad [7.6]$$

ossia:

$$\sin\theta_n = \left(n - \frac{1}{2}\right)\lambda/d \qquad [7.7]$$

purché *P* sia molto lontano da S_1 e S_2. Per inciso poiché *n*, λ e *d* sono costanti, questo risultato dice che, lontano dalle sorgenti, la direzione di una linea nodale non varia: essa è data dall'angolo θ. Perciò, lontano dalle sorgenti le linee nodali devono essere rette come abbiamo rilevato nel paragrafo precedente. In pratica se questi tratti rettilinei delle linee nodali vengono prolungati a ritroso verso le sorgenti, i prolungamenti passano per il punto medio del segmento che congiunge le sorgenti.

Nel paragrafo precedente abbiano rilevato anche che il numero di linee nodali cresce al decrescere della lunghezza d'onda. Possiamo collegare questa osservazione con la relazione per le linee nodali lontano dalle sorgenti. Poiché $\sin\theta_n$ non può essere maggiore di 1, anche $\left(n - \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{d}$ non può essere maggiore di 1.

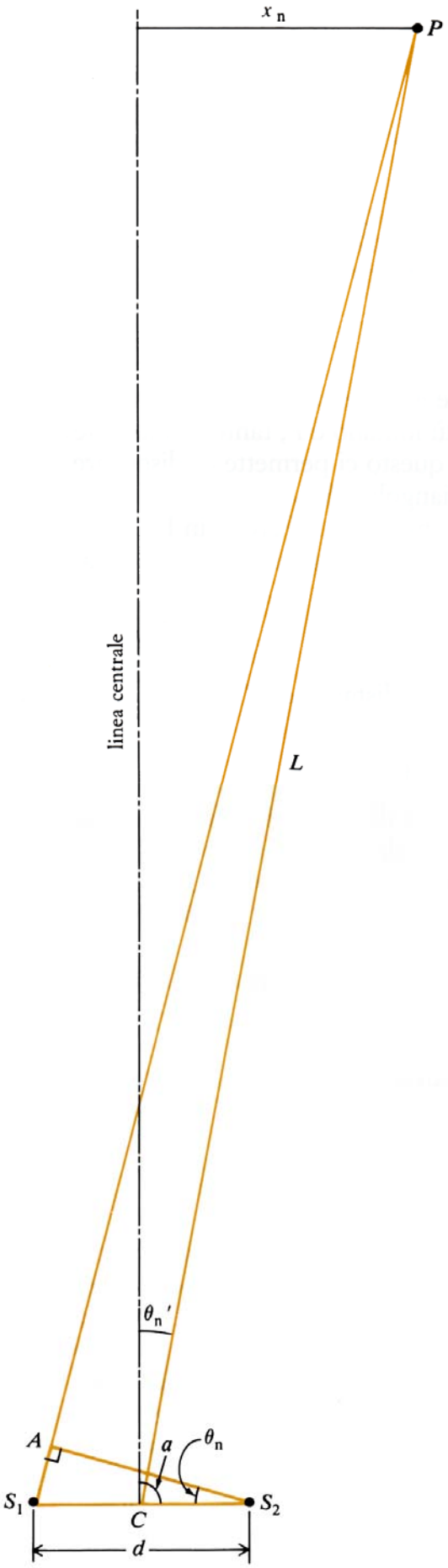

Fig. 7.13. Quando P è lontano dalle sorgenti, $\theta_n + a = 90°$. Poiché $\theta'_n + a = 90°$, $\theta_n = \theta'_n$. Inoltre, $\sin\theta'_n = x_n/L$ e quindi $\sin\theta_n = x_n/L$.

Il massimo valore di n che soddisfa questa condizione rappresenta il numero di linee nodali in ciascuna delle due parti rispetto alla linea centrale.

Questo numero dipende soltanto dal rapporto λ/d e aumenta al diminuire di λ. Se la distanza d è nota, possiamo eseguire una misura approssimata della lunghezza d'onda semplicemente contando il numero di linee nodali.

Per determinare λ in modo preciso, possiamo trovare la direzione dell'n-esima linea nodale, cioè l'angolo θ_n e calcolare λ mediante la relazione [7.7]. In un ondoscopio θ_n è facile da determinare, ma non è sempre così con altri tipi di onde. Conviene perciò cercare un metodo per determinare θ_n direttamente senza misurare θ_n.

Poniamo che il punto P indicato nella Fig. 7.13 si trovi sull'n-esima linea nodale lontano dalle due sorgenti S_1 e S_2, in modo che le rette CP e S_1P siano praticamente parallele tra loro e perpendicolari a AS_2. Poiché la linea centrale è perpendicolare a d, risulta che $\theta_n' = \theta_n$. Ma in base alla figura si ha:

$$\sin\theta_n' = x_n/L \qquad [7.8]$$

dove L è la distanza PC e x_n è la distanza di P dalla linea centrale. Quindi:

$$\left(n-\tfrac{1}{2}\right)\lambda/d = \sin\theta_n = \sin\theta_n' = x_n/L \qquad [7.9]$$

ossia:

$$\lambda = d\cdot\frac{x_n}{L}\cdot\frac{1}{n-\frac{1}{2}}. \qquad [7.10]$$

Un esempio illustrerà la semplicità di questo procedimento. Supponiamo di avere due sorgenti separate da una distanza di 10 cm. Scegliamo un punto P sulla terza linea nodale e misuriamo la sua distanza L dal punto medio di d e la sua distanza x dalla linea centrale. Supponiamo di trovare L = 80 cm e x = 48 cm, il rapporto x/L sarà allora uguale a 0.6. Ora possiamo verificare la precisione del rapporto che abbiamo trovato misurando i valori di L e i corrispondenti valori di x per altri punti sulla terza linea nodale. Se tutti i punti sono abbastanza lontani, x/L è sempre uguale a 0.6.

Per la terza linea nodale si ha $\left(n-\tfrac{1}{2}\right)=\tfrac{5}{2}$ e, con d = 10 cm, troviamo (omettendo il pedice n):

$$\lambda = \frac{d\cdot(x/L)}{n-\frac{1}{2}} = \frac{10\,\text{cm}\times 0.6}{\frac{5}{2}} = 2.4\,\text{cm}.$$

Se ci riferiamo a diverse linee nodali, possiamo ottenere parecchi valori di λ. L'accordo tra i valori ottenuti ci permette di verificare la validità del ragionamento adottato e le misure eseguite.

Quesiti

7.10. (*a*) In base alla Fig. 7.6 calcolate il rapporto λ/d mediante la relazione $\sin\theta_n = \left(n - \frac{1}{2}\right)\lambda/d$.

(*b*) Le dimensioni della fotografia sono $\frac{1}{4}$ delle dimensioni reali. Misurando *d* sulla fotografia, stimate il valore reale di λ.

7.5. Fase

Due generatori di onde che hanno lo stesso periodo sono in fase quando si immergono nell'acqua sempre simultaneamente e producono creste nello stesso istante. In generale due sorgenti che hanno lo stesso periodo non sono necessariamente in fase; una delle due, per esempio, può immergersi nell'acqua sempre dopo l'altra, con un ritardo *t*. Poiché l'unità naturale di tempo per un moto periodico è il suo periodo *T*, conviene misurare il ritardo fra l'immersione di S_1 e quella di S_2 in frazioni *f* del periodo *T* e usare la relazione:

$$f = \frac{t}{T} \qquad [7.11]$$

per misurare il ritardo. Per esempio, se ciascuna sorgente si immerge ogni $\frac{1}{6}$ di secondo e S_2 si immerge sempre $\frac{1}{18}$ di secondo dopo S_1, allora la frazione *f* è uguale a $\frac{1}{3}$.

Quando due sorgenti della stessa frequenza non si immergono simultaneamente, si dice che sono fuori fase e la frazione *f* esprime il ritardo di fase di una sorgente rispetto all'altra. Non esistono ritardi che siano più lunghi del periodo di *T* poiché misuriamo sempre il ritardo della seconda sorgente a partire dall'ultima immersione della prima sorgente e le immersioni di ogni sorgente avvengono entro il tempo *T*. Di conseguenza non esistono ritardi di fase maggiori di 1 e il valore di *f* è sempre compreso tra 0 e 1.

Usiamo ora i due generatori puntiformi di onde operanti in modo che S_2 abbia un ritardo di fase *f* rispetto a S_1. Quale sarà l'aspetto della figura di interferenza? Possiamo determinare tale figura disegnando due sistemi di circonferenze concentriche che rappresentano le creste delle onde emesse da ciascuna sorgente. Come nella Fig. 7.4 le creste di ciascun sistema sono separati sempre da una lunghezza d'onda λ, ma in questo caso le sorgenti non sono in accordo di fase e i raggi r_1 e r_2 delle creste delle onde emesse dalle due sorgenti non sono uguali (Fig. 7.14). I raggi delle creste generate da S_2 con ritardo sono, rispetto a quelli delle creste corrispondenti emesse da S_1, minori di una lunghezza *l* uguale alla frazione *f* di una lunghezza d'onda λ:

$$l = f \cdot \lambda \qquad [7.12]$$

Come esempio esaminiamo ciò che accade quando una delle sorgenti è in ritardo di mezzo periodo rispetto all'altra e quindi la distanza *l* è pari a mezza lunghezza d'onda, e il ritardo di fase *f* è $\frac{1}{2}$. Nella Fig. 7.15 abbiamo disegnato le creste d'onda relative a tale situazione e abbiamo costruito le linee nodali congiungendo i punti in cui una cresta interseca una valle. Vediamo che la configurazione delle linee nodali è diversa da quella relativa a due sorgenti in fase.

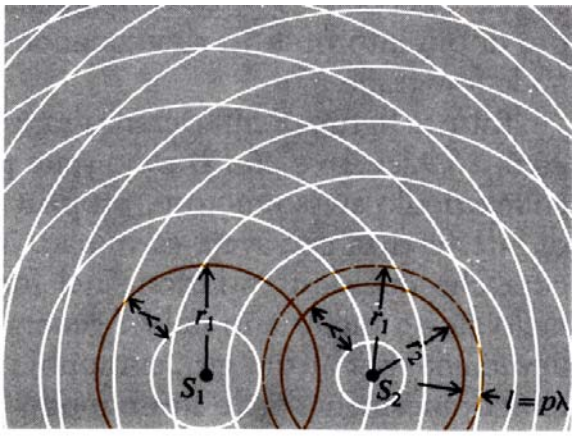

Fig. 7.14. Le onde emesse da due sorgenti puntiformi sfasate. La sorgente S_2 ha un ritardo di fase *f* rispetto a S_1. La differenza tra i raggi delle creste corrispondenti è la distanza $l = r_1 — r_2 = f\lambda$.

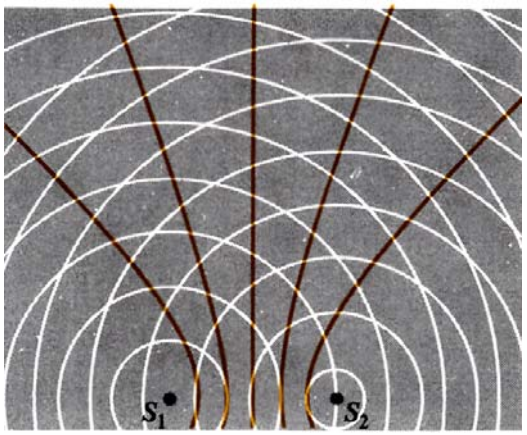

Fig. 7.15. La configurazione di linee nodali in presenza di un ritardo di fase $f = \frac{1}{2}$.

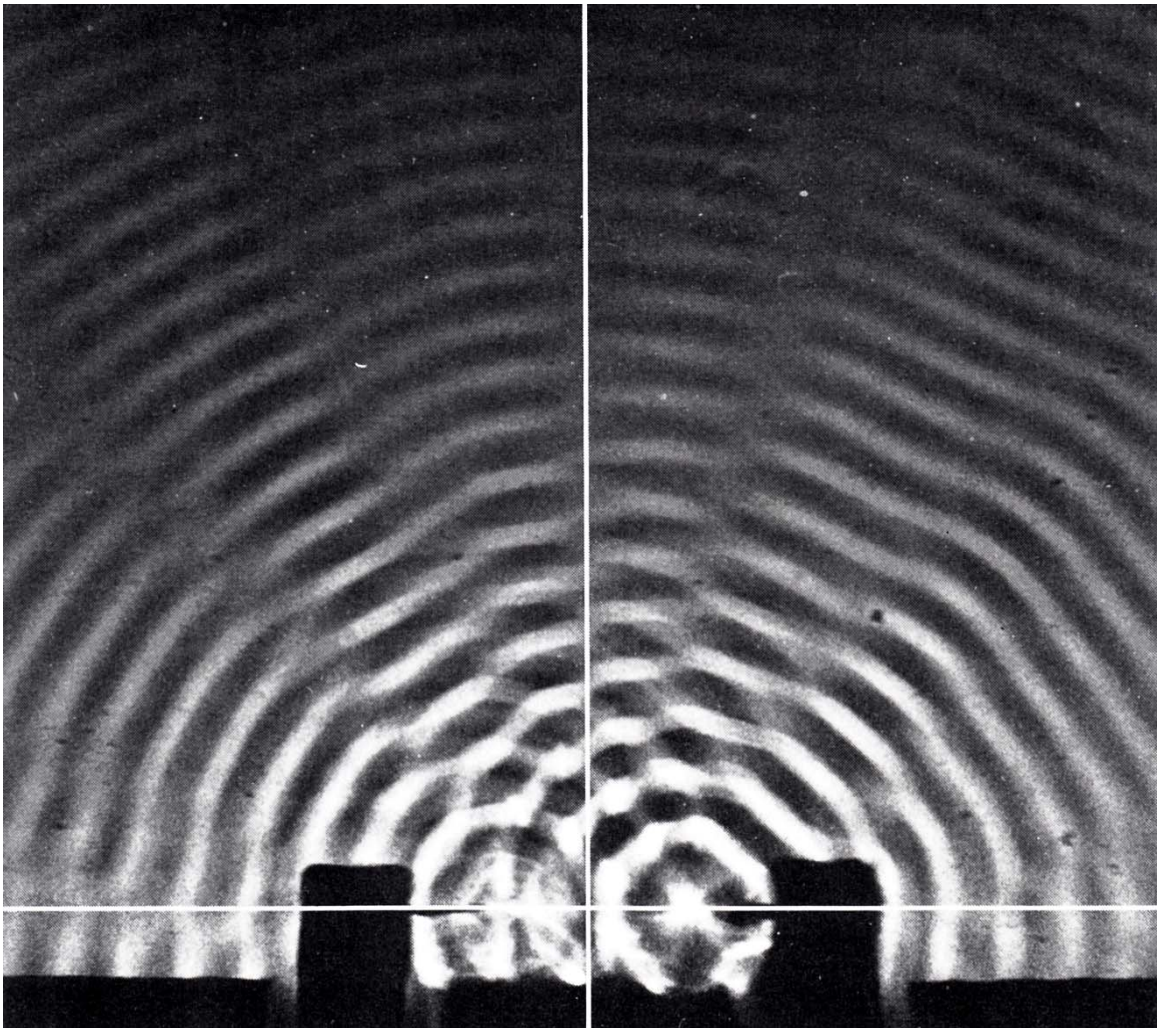

Fig. 7.16. Fotografia dello schermo dell'ondoscopio quando due sorgenti funzionano con un ritardo di fase f= 1/2.

Per lo stesso rapporto λ/d, le linee nodali si trovano dove erano solite essere le doppie creste, che a loro volta occupano il posto delle linee nodali. Se confrontate la Fig. 7.15 con la Fig. 7.10, potete notare che in ciascuna di queste figure $\lambda = 3\ d$, ma nella Fig. 7.10 le sorgenti sono in fase, mentre nella Fig. 7.15 c'è un ritardo di fase f uguale a $\frac{1}{2}$.

Nella fotografia della Fig. 7.16 sono rappresentate due sorgenti con un ritardo di fase f uguale a $\frac{1}{2}$. Potete vedere, per esempio, che lungo la linea centrale vi è ora una linea nodale, dove nella Fig. 7.6 (e nella Fig. 7.9) vi sono creste rinforzate.

Abbiamo esaminato esempi della figura di interferenza per due particolari scelte del ritardo di fase, $f = 0$ e $f = \frac{1}{2}$. Avremmo potuto scegliere qualsiasi ritardo di fase tra 0 e 1 e in ciascun caso la figura di interferenza sarebbe stata diversa. La serie di fotografie della Fig. 7.17 presenta le figure di interferenza ottenute nell'ondoscopio per differenti valori del ritardo di fase di S_2.

Una variazione del ritardo di fase determina uno spostamento dell'intera configurazione di linee nodali in una direzione definita. Al crescere del ritardo di fase di S_2, i raggi delle creste emesse da S_2 diminuiscono rispetto a quelli delle creste emesse da S_1 di una quantità crescente, data da $l = f{\cdot}\lambda$. Di conseguenza, le linee nodali si incurvano sempre di più intorno a S_2, allontanandosi dalla linea centrale, come indicano le fotografie.

Tutte le figure di interferenza rappresentate in questo capitolo (Fig. 7.6, 7.9, 7.16 e 7.17) sono state prodotte da due generatori di onde collegati allo stesso motore, proprio come sono state generate le figure di interferenza che avete esaminato in laboratorio. Questo sistema assicura che qualsiasi variazione nel funzionamento del motore influenzi nello stesso modo entrambi i generatori di onde. Se il motore rallenta lievemente per alcuni giri, entrambi i generatori di onde rallentano contemporaneamente nello stesso modo.

Se i generatori di onde sono in fase prima che il motore rallenti, essi continuano a essere in fase; se il ritardo di fase era t tale ritardo rimane invariato. I due generatori di onde che hanno una relazione di fase invariata nel tempo sono detti «coerenti».

Se usassimo due motori indipendenti per attivare separatamente i due generatori di onde, ciascun motore varierebbe in modo indipendente dall'altro e il ritardo di fase avrebbe delle fluttuazioni. Se queste

sono abbastanza lente, le riusciamo a seguire con gli occhi, ma se sono molto rapide, non siamo in grado di seguirle e la figura di interferenza viene distrutta. L'interferenza nell'ondoscopio non ha alcunché di particolare: due sorgenti puntiformi, per produrre un'interferenza costante, devono avere una relazione di fase che non vari nel tempo, ossia devono essere «coerenti».

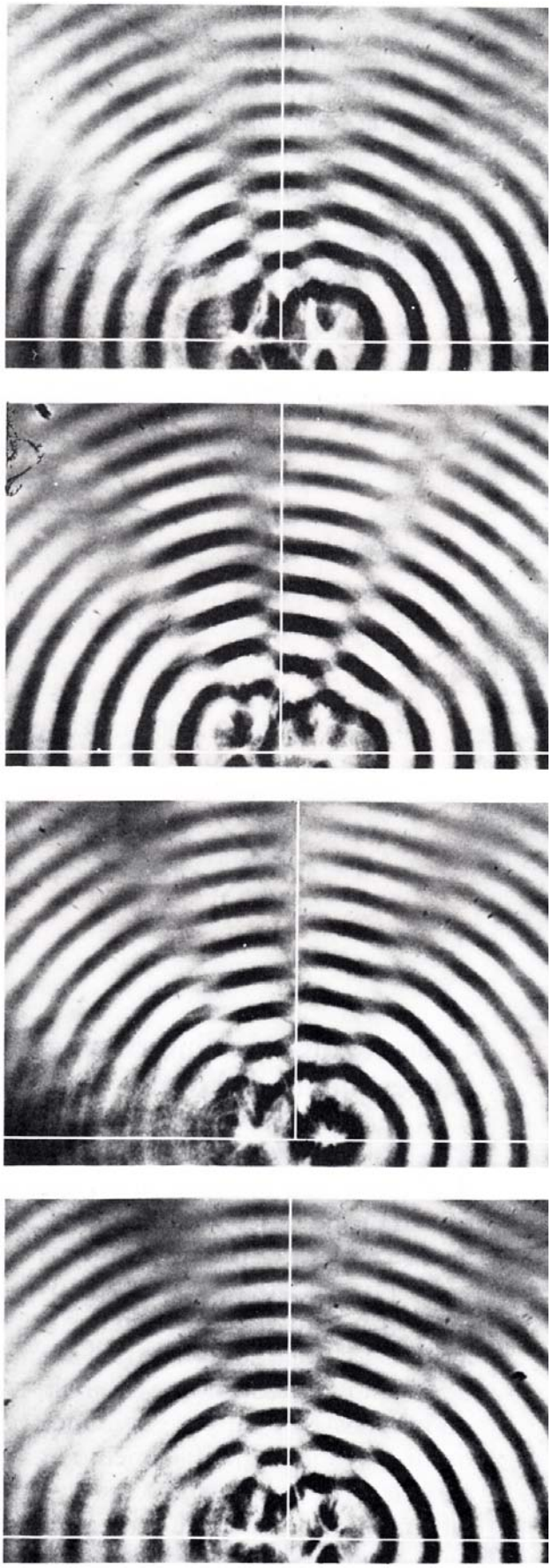

Fig.7.17. L'interferenza prodotta da due sorgenti puntiformi con differenti ritardi di fase *f* della sorgente di destra. Nella fotografia in alto le sorgenti sono in fase; *f* = 0. Nelle fotografie successive, *f* aumenta, passando per il valore *f* = 1/2 nella terza fotografia.

Quesiti

7.11. Nella Fig. 7.14, l = 0.20 cm e λ= 0.57 cm. Qual è il ritardo di fase fra i due sistemi di onde?

7.12. Un ritardo di fase pari a 0 equivale a un ritardo di fase pari a 1?

7.13. Supponete di osservare una figura di interferenza prodotta da due sorgenti puntiformi e di osservare che la figura di interferenza è simmetrica con un numero dispari di linee nodali. Che cosa vi suggerisce questa osservazione riguardo alla fase delle sorgenti?

7.14. Un'automobile rossa e un'automobile blu stanno viaggiando su una pista circolare lunga 5.0 km. Le automobili si muovono con una velocità costante in modulo e ciascuna impiega 2.5 min per ogni giro di pista. Al termine di ogni giro l'automobile blu ha sempre un ritardo di 0.50 min rispetto all'automobile rossa.

(*a*) Qual è il ritardo di fase *f* dell'automobile blu rispetto all'automobile rossa?

(*b*) Qual è il modulo della velocità di ciascuna automobile?

(*c*) Se la pista fosse lunga soltanto 4.0 km, cambierebbero le risposte ai punti (*a*) e (*b*)?

Problemi di fine capitolo

7.15. Nel testo (figure. 7.1, 7.2 e 7.3) è stato mostrato che quando alcuni impulsi incidono periodicamente sull'estremo fisso di una molla, il punto *P*, situato ad una distanza $\lambda/2$ da quell'estremo, non si sposta mai ed è perciò un nodo. Estendete il ragionamento per mostrare che il punto P_2, situato ad una distanza $3\lambda/2$ da quell'estremo, è anch'esso un nodo.

7.16. Piegate due pezzi di carta rigata a formare due lunghe strisce, larghe 2 cm circa, e tenetele come è indicato nella Fig. C. Immaginate che le linee siano creste d'onda. Le dita rappresentano quindi le sorgenti delle onde. Osservate come si sommano le creste delle onde generate da ciascuna sorgente. Facendo ora ruotare le estremità libere, in modo che descrivano archi aventi per centri le punte delle dita (sorgenti), localizzate le linee nodali e le regioni in cui le onde si muovono.

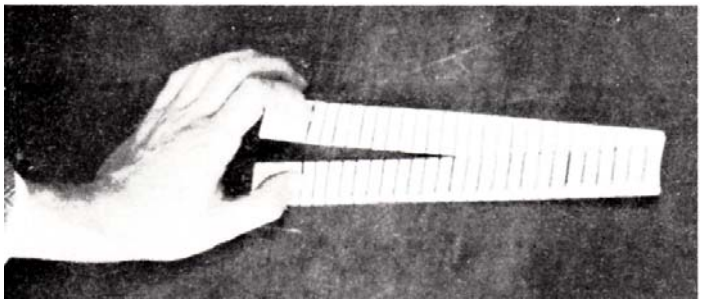

Fig. C

7.17. (*a*) Se conosceste la distanza di due sorgenti puntiformi in fase e la lunghezza d'onda delle onde che formano la figura di interferenza, come riuscireste a prevedere il numero di linee nodali che dovreste vedere?

(*b*) Eseguite le misure necessarie direttamente sulla Fig. 7.9 e formulate la previsione. È in accordo con quanto osservate nella fotografia?

7.18. Due sorgenti distanti fra loro 6.0 cm e in fase generano onde sulla superficie dell'acqua con lunghezza d'onda di 1.5 cm. Disegnate le linee nodali lontano dalle sorgenti e determinate la posizione di ciascuna linea per mezzo di archi circolari intersecantisi con i centri nelle due sorgenti. Misurate l'angolo fra la seconda linea nodale e la linea centrale della figura. Poi confrontate il seno di questo angolo con $\left(n-\frac{1}{2}\right)\lambda/d$.

7.19. Ideate un esperimento di interferenza per dimostrare che il suono è un fenomeno di propagazione per onde. Come potreste usare questo esperimento per determinare la lunghezza d'onda del suono?

7.20. Cercate la definizione di «iperbole» e dimostrate che le linee nodali sono iperboli.

7.21. In radioastronomia un metodo per «osservare» il cielo in varie direzioni è simile all'uso in senso contrario di due sorgenti puntiformi con fase regolabile in un ondoscopio.

Le antenne *A* e *B*, sintonizzate sulla stessa lunghezza d'onda, vengono disposte a una certa distanza l'una dall'altra e i segnali che ricevono sono miscelati in un amplificatore dopo che il segnale proveniente da una di esse è stato immesso in un regolatore di fase (Fig. D). Il segnale massimo si ottiene se i segnali che entrano nel ricevitore in *C* e *D* sono in fase.

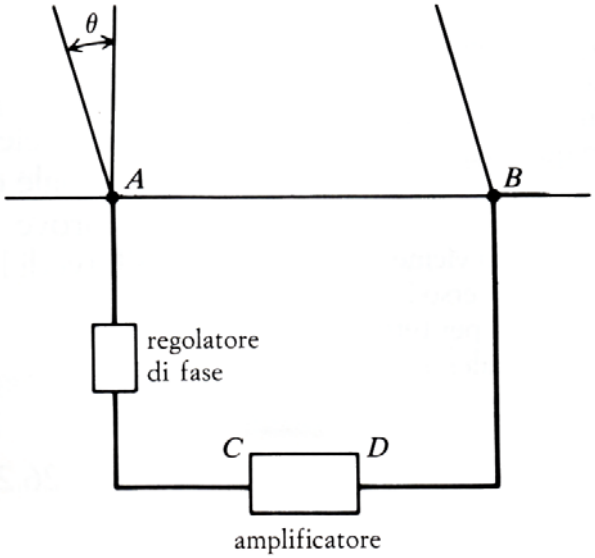

Fig. D

Il regolatore di fase cambia la fase variando la lunghezza del cavo di trasmissione tra *A* e *C*. Quando la lunghezza del cavo *AC* è uguale a quella del cavo *BD*, i segnali provenienti da un punto situato sulla verticale del luogo sono in fase nel ricevitore. Per «osservare» nella direzione θ, si deve allungare il cavo *AC*. Se la distanza *AB* è 100 m e se la frequenza su cui il ricevitore è sintonizzato è 20 MHz, quale differenza di fase si deve introdurre per far sì che il sistema possa compiere osservazioni nella direzione che forma un angolo di 5° con la verticale?

7.22. Nel caso di due sorgenti puntiformi poste a una distanza *d*, esiste un intervallo di lunghezze d'onda λ che produce una figura di interferenza priva di linee nodali?

7.23. Le comuni stazioni di radiodiffusione funzionano su lunghezze d'onda da 200 a 600 metri. Le antenne sono piloni verticali che si comportano come sorgenti puntiformi di onde nel piano della superficie della Terra.

(*a*) Come potreste disporre due antenne radio che si comportano come sorgenti puntiformi in modo da assicurare una buona copertura di una città costruita su una striscia di terra vicino al mare, dissipando una quantità minima di potenza sull'acqua o su regioni non popolate?

(*b*) Se la città si espandesse verso l'interno, come riuscirebbe la stazione a fornire la migliore intensità di segnale alle aree popolate recentemente?

7.24. Due sorgenti in un ondoscopio funzionano con frequenze di 15 Hz e 16 Hz. Descrivete la configurazione risultante delle linee nodali.

7.25. Quale sarà l'aspetto della figura di interferenza di due sorgenti puntiformi se il ritardo di fase fra esse viene modificato repentinamente?

7.26. Il moto periodico viene descritto spesso con riferimento a una rotazione a velocità costante. Nel caso di due punti in moto su una circonferenza, il ritardo di fase è dato dall'angolo fra i raggi che li congiungono con il centro della circonferenza (Fig. E). La differenza di fase è espressa in radianti o in gradi:

θ (in radianti) = $2\pi f$

oppure

θ (in gradi) = $360° f$

dove *f* è il rapporto fra il ritardo di tempo e il periodo di rotazione.

(*a*) Qual è il valore di *f* quando due sorgenti sono sfasate di 180°?

(*b*) Qual è il valore di θ (in radianti) quando $f = \frac{1}{4}$?

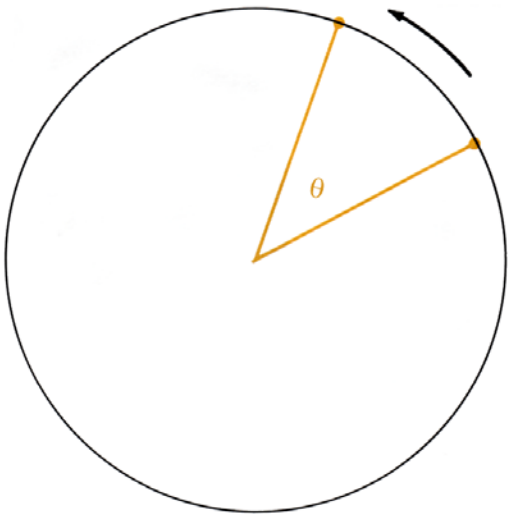

Fig. E