

6. ONDE IN DUE DIMENSIONI

6.1. Onde sull'acqua

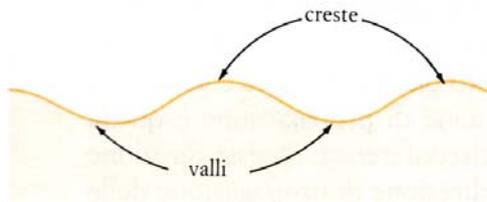


Fig. 6.1. Onde sulla superficie dell'acqua.

Uno dei primi esempi di onde citati nel capitolo 5 è stato quello delle onde sulla superficie di uno stagno. La propagazione delle onde sotto forma di circonferenze sempre più grandi è familiare a tutti. Per esempio, un pesce che mordicchia un verme all'estremità di una lenza segnala la propria presenza al pescatore che vede le onde circolari prodotte dal moto in su e in giù del galleggiante fissato alla lenza.

Poiché le onde si muovono sulla superficie dell'acqua e non si propagano molto in profondità, esse sono dette *onde superficiali*. Chi ha avuto occasione di osservare i pesci in un acquario, avrà notato che essi non vengono disturbati dalle onde. Il comandante di un sottomarino non teme un mare tempestoso come potrebbe fare il comandante di una nave di superficie: immerge il sottomarino e viaggia senza essere influenzato dalle potenti onde sovrastanti.

Se osserviamo le onde sulla superficie dell'acqua attraverso le pareti di un acquario, riusciamo a vederne la forma. Notiamo che, nonostante qualche differenza, le onde sono generalmente simili e somigliano a quelle rappresentate nella Fig. 6.1. La parte superiore è chiamata *cresta* e quella inferiore *valle*. In laboratorio si usa un apparecchio più adatto detto *ondoscopio*.

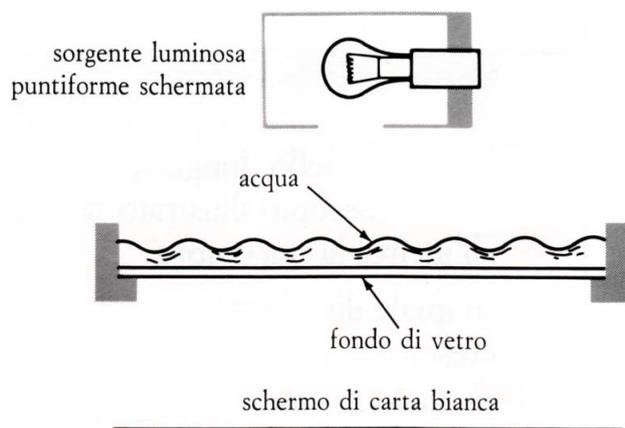


Fig. 6.2. L'ondoscopio.

Un ondoscopio ha un fondo di vetro che permette di proiettare le immagini delle onde su uno schermo (Fig. 6.2). Queste immagini si formano perché le creste delle onde agiscono da lenti convergenti e quindi tendono a mettere a fuoco la luce della lampada; le valli, agendo come lenti divergenti, tendono a disperderla. Le creste appaiono sullo schermo come strisce luminose, mentre le valli appaiono come strisce scure.

Un ondoscopio ha un fondo di vetro che permette di proiettare le immagini delle onde su uno schermo (Fig. 6.2).

Queste immagini si formano perché le creste delle onde agiscono da lenti convergenti e quindi tendono a mettere a fuoco la luce della lampada; le valli, agendo come lenti divergenti, tendono a disperderla. Le creste appaiono sullo schermo come strisce luminose, mentre le valli appaiono come strisce scure.

6.2. Impulsi rettilinei e circolari

lo stesso impulso in un istante successivo

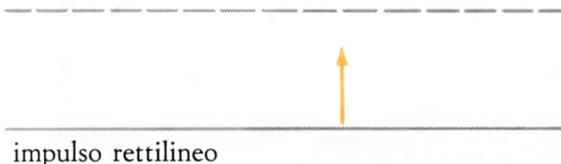


Fig. 6.3. Un impulso a fronte rettilineo si muove in direzione perpendicolare alla cresta. La freccia indica la direzione di propagazione.

Nella Fig. 6.3, la cresta di un impulso rettilineo è rappresentata con una linea a tratto continuo, la sua posizione in un istante successivo è rappresentata dalla linea tratteggiata e la direzione di propagazione è data dalla freccia.

Riusciamo anche a generare impulsi circolari nell'ondoscopio immergendo semplicemente un dito nell'acqua. Nella Fig. 6.4 è disegnato un impulso circolare in due istanti diversi. Durante l'intervallo di tempo considerato, l'impulso si è propagato e ha formato una circonferenza più grande.

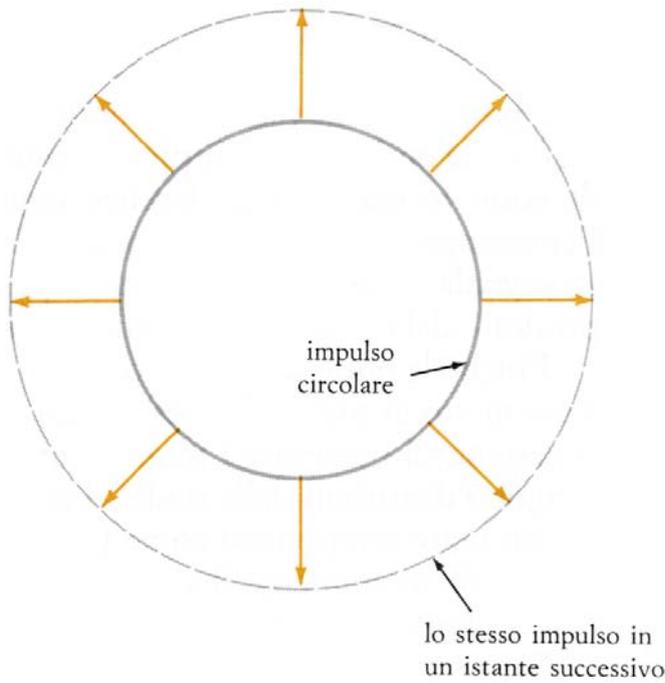


Fig. 6.4. Un impulso circolare mentre si propaga.

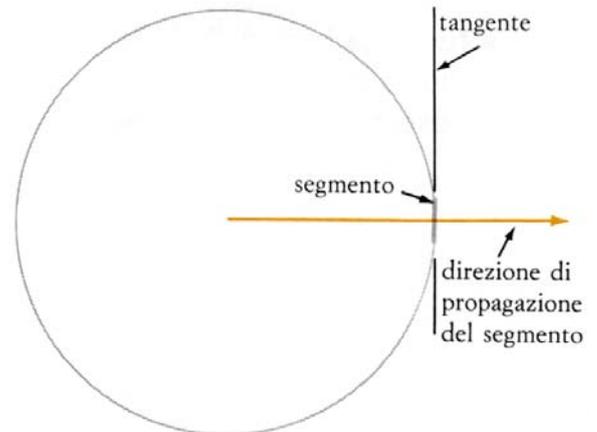


Fig. 6.5. Un piccolo segmento di un impulso circolare. Il segmentino si comporta come un impulso rettilineo e si muove lungo un raggio allontanandosi dal centro.

L'impulso circolare non si muove in una determinata direzione, ma si propaga in tutte le direzioni. Se però consideriamo un segmento dell'impulso circolare che sia tanto piccolo quanto basta per essere considerato rettilineo (vedi Fig. 6.5), la sua direzione di propagazione è quella della semiretta uscente dal centro della circonferenza. Questa direzione è normale alla cresta dell'onda, come la direzione di propagazione delle onde rettilinee è normale alle loro creste.

Quesiti

- 6.1. Se un righello lungo 10 cm venisse collocato orizzontalmente nell'ondoscopio illustrato nella Fig. 6.2, quanto sarebbe lunga all'incirca la sua ombra?
- 6.2. In quale direzione si propaga un impulso rettilineo rispetto alla sua cresta?
- 6.3. La linea a tratto continuo nella Fig. A rappresenta un impulso a un certo istante. La linea tratteggiata rappresenta lo stesso impulso dopo un breve intervallo di tempo. Disegnate la figura e tracciate le normali alle linee nei punti indicati. Ci sono normali parallele fra loro?
- 6.4. La Fig. B rappresenta un impulso in un certo istante. Le frecce indicano le normali all'impulso e il verso di propagazione. Disegnare la figura e costruite l'impulso dopo un breve intervallo di tempo.

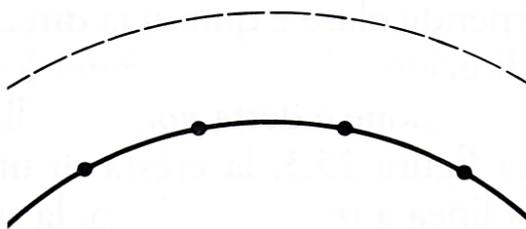


Fig. A

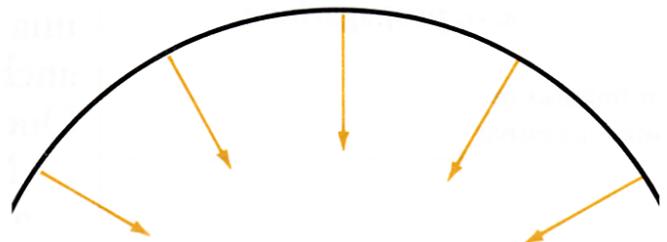


Fig. B

6.3. Riflessione

Ricordando che un impulso che si propaga lungo una molla può riflettersi, ci possiamo attendere che anche le onde in acqua possano subire la riflessione. Considerate un impulso rettilineo che si propaga allontanandosi dal righello verso l'estremità opposta dell'ondoscopio. Per provocarne la riflessione, collochiamo un ostacolo nel mezzo dell'ondoscopio, parallelamente al righello. L'impulso colpisce

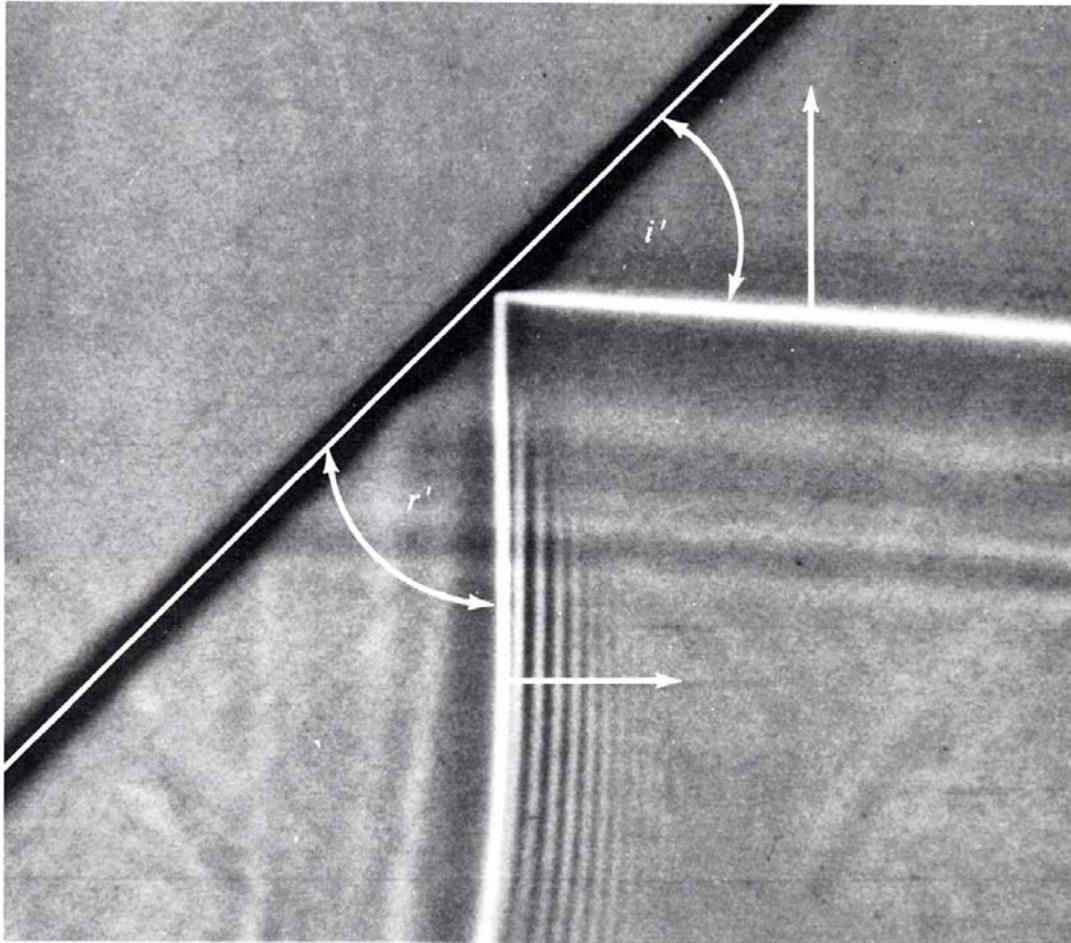


Fig. 6.6. Un impulso rettilineo che si muove verso l'alto e si riflette su un ostacolo diagonale. La parte riflessa dell'impulso si allontana verso destra.

l'ostacolo e si riflette all'indietro nella direzione opposta a quella di incidenza, come fa un impulso in una molla.

Variamo ora la posizione dell'ostacolo riflettente in modo che l'impulso non sia più parallelo a esso. Nella Fig. 6.6 vediamo due impulsi rettilinei, uno che si avvicina all'ostacolo e l'altro che ne viene riflesso. Indichiamo con i' l'angolo che l'impulso incidente forma con l'ostacolo riflettente e con r' l'angolo fra l'impulso riflesso e l'ostacolo. Se misuriamo gli angoli r' e i' sulla fotografia, troviamo che $r' = i'$ e se ripetessimo l'esperimento con differenti angoli di incidenza, troveremmo sempre $r' = i'$.

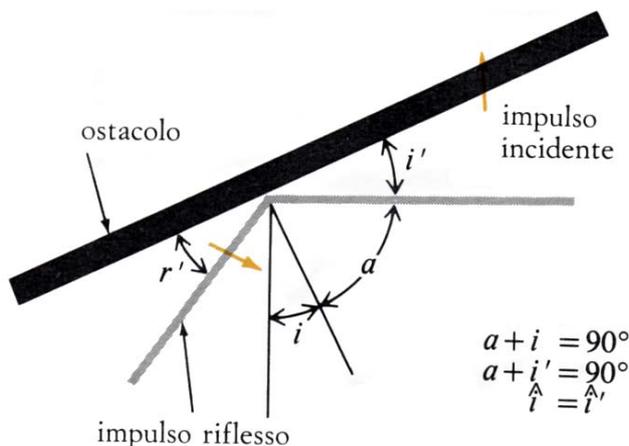


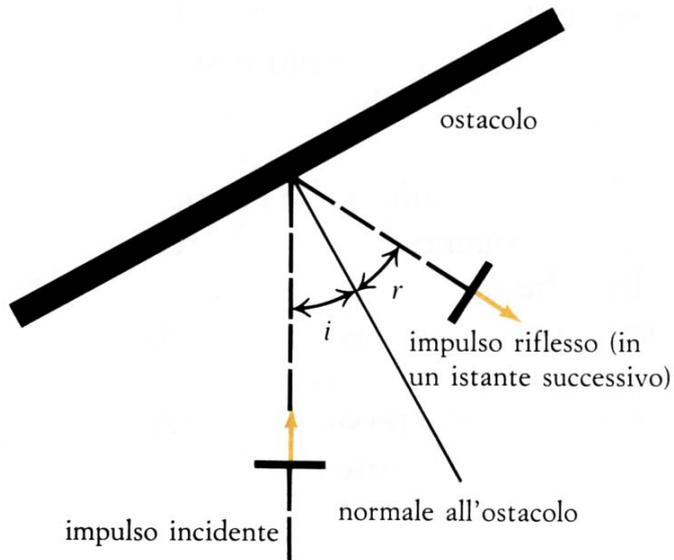
Fig. 6.7. Un impulso rettilineo incidente su un ostacolo. L'angolo di incidenza i è uguale all'angolo i' che l'impulso forma con l'ostacolo.

E in questo modo abbiamo dimostrato che le onde e la luce ubbidiscono alla stessa legge della riflessione (Fig. 6.8).

Anche un impulso circolare può essere riflesso da un ostacolo rettilineo. La Fig. 6.9 mostra la propagazione e la riflessione di un impulso di questo tipo. La parte riflessa dell'impulso, come potete

Questo risultato ricorda la legge della riflessione della luce sugli specchi, ricavata nel paragrafo 2.1, secondo la quale l'angolo di riflessione è uguale all'angolo di incidenza. In ottica erano considerati gli angoli formati dalla direzione di propagazione e la normale alla superficie riflettente; possiamo definire nello stesso moto l'angolo di incidenza i e l'angolo di riflessione r per le onde, ricordando che la direzione di propagazione è normale alla cresta dell'onda.

La costruzione geometrica della Fig. 6.7 indica che l'angolo di incidenza i è uguale all'angolo i' e con una costruzione simile si dimostra che $r = r'$. L'uguaglianza che abbiamo verificato $r' = i'$ diventa allora $r = i$ e si può quindi affermare che l'angolo di riflessione è uguale all'angolo di incidenza.



notare, è un arco di circonferenza; il centro di questa circonferenza si trova dietro l'ostacolo in posizione simmetrica rispetto alla sorgente e l'impulso riflesso sembra provenire dal centro di questa circonferenza. Mediante ostacoli di tipo diverso riusciamo a dimostrare sperimentalmente con l'ondoscopio i fenomeni della riflessione che abbiamo studiato in relazione alla luce.

Fig. 6.8. Riflessione di un impulso rettilineo su un ostacolo rettilineo. Come nel caso della luce, l'angolo di riflessione r è uguale all'angolo di incidenza i .

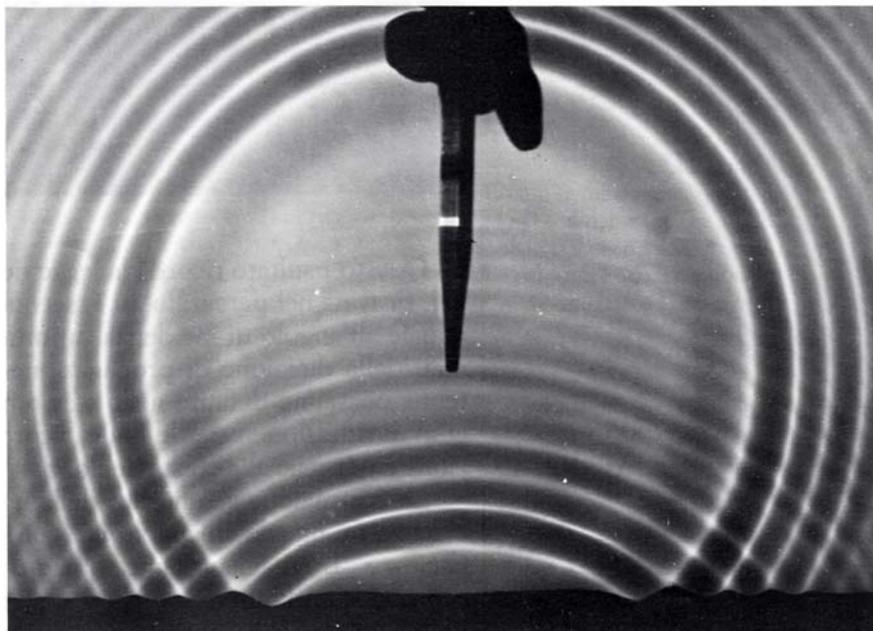
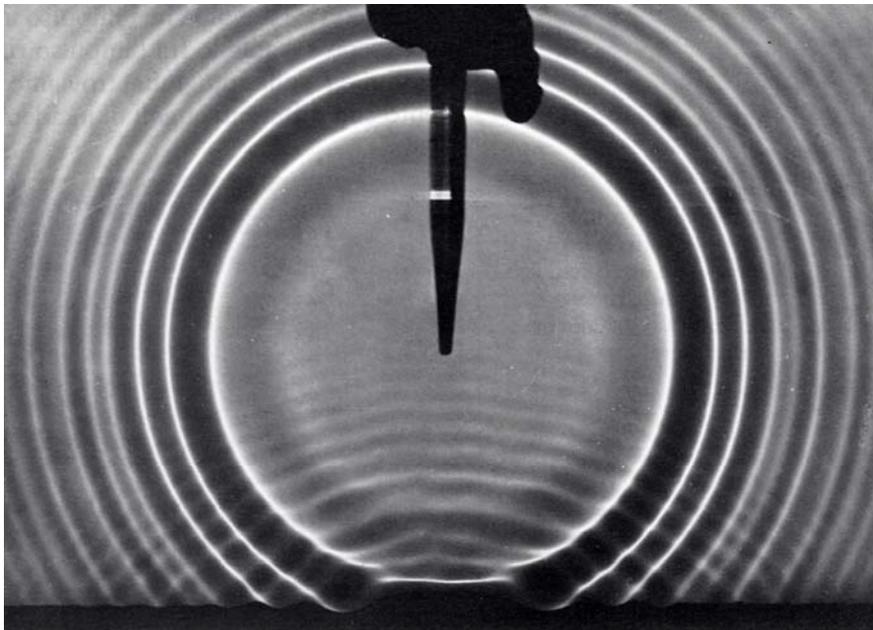


Fig. 6.9. Riflessione di un impulso circolare su un ostacolo rettilineo. Nella fotografia in alto l'impulso si sta avvicinando all'ostacolo, mentre in quella in basso una parte dell'impulso è stata riflessa.

Quesiti

- 6.5. Nella Fig. 6.7, se $i = 25^\circ$, qual è il valore di r' ?
- 6.6. Nella Fig. C, le linee nere a tratto spesso sono creste; le frecce rappresentano la direzione e il verso di propagazione degli impulsi.
- (a) Qual è l'impulso incidente e qual è l'impulso riflesso?
- (b) Qual è l'angolo di incidenza?
- 6.7. Un impulso rettilineo si avvicina a un ostacolo sotto un angolo di 30° . Qual è la direzione del moto dell'impulso dopo la riflessione? Indicate la direzione del moto su un disegno.
- 6.8. Nella Fig. 6.9, dov'è la sorgente reale? Dov'è la sorgente apparente dell'impulso riflesso?

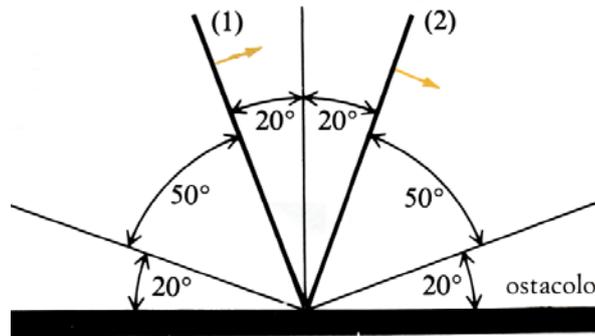


Fig. C

6.4. Velocità di propagazione e onde periodiche

In mezzi diversi le onde si propagano con velocità diverse. Per esempio, possiamo vedere le onde in una molla accelerare quando allunghiamo la molla e le onde in un tubo di gomma rallentare quando viene riempito d'acqua. In questo paragrafo impareremo a misurare la velocità delle onde sulla superficie dell'acqua di un ondoscopio. Esistono diversi metodi per eseguire queste misure.

Un metodo consiste nel generare un impulso rettilineo e misurare con un cronometro il tempo t che l'impulso impiega per percorrere una distanza l . Per distinguere il moto dell'onda dal moto dell'acqua stessa, usiamo la lettera v per denotare la velocità dell'onda. La velocità v è uguale al rapporto tra lo spazio percorso l e il tempo t impiegato per percorrerlo:

$$v = l/t. \quad [6.1]$$

Un altro metodo è quello di generare due impulsi, uno dopo l'altro. Nell'istante in cui viene generato il secondo impulso (dopo un tempo t), il primo impulso ha percorso una distanza l . Da quell'istante in poi i due impulsi si propagano insieme, mentre la distanza l che li separa rimane invariata. Possiamo misurare questa distanza con una riga graduata e si ottiene nuovamente $v = l/t$. Questi metodi sono semplici in linea di principio, ma in pratica è piuttosto difficile seguire gli impulsi e misurare le distanze e i tempi richiesti.

Un terzo metodo consiste nell'utilizzare un'onda periodica. Per spiegare il significato di questo termine, consideriamo impulsi generati uno dopo l'altro a intervalli di tempo uguali T .

Nel farlo, il generatore di onde ripete il proprio moto in modo identico a ogni intervallo di tempo T . Tale moto è detto *periodico* e l'intervallo di tempo T è il *periodo*. Un altro modo di descrivere questo moto periodico è indicare quante volte il moto si ripete nell'unità di tempo, esprimere cioè la *frequenza* ν .

Se, per esempio, il moto si ripete ogni decimo di secondo, la frequenza è 10 volte al secondo. In generale si ha:

$$\nu = 1/T \quad [6.2]$$

Nel Sistema Internazionale l'unità di misura della frequenza è il secondo alla meno uno (s^{-1}), detto hertz (simbolo: Hz).

Concentriamo ora l'attenzione su un punto nell'ondoscopio. Gli impulsi prodotti dal generatore si muovono verso questo punto e l'oltrepassano con la stessa frequenza con cui vengono emessi dalla sorgente. Se vengono emessi 10 impulsi al secondo, per quel punto in un secondo passano 10 impulsi.

Perciò, la frequenza dell'onda è data anche da $\nu = 1/T$, dove T è il tempo che intercorre tra il passaggio di due impulsi consecutivi. Inoltre, mentre le onde si muovono, la distanza tra due creste

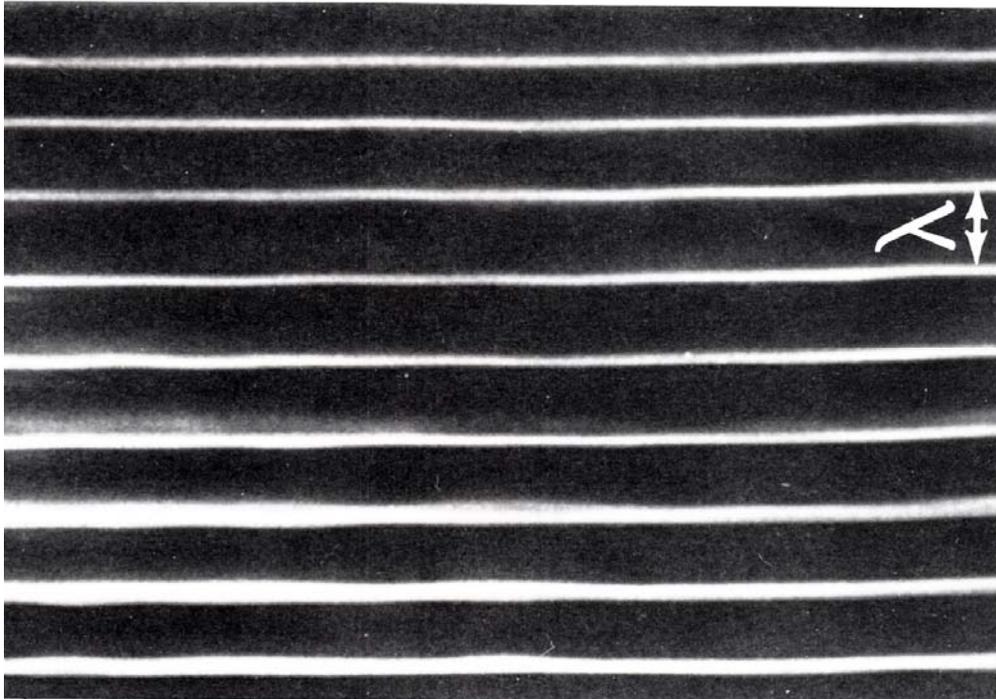


Fig. 6.10. Onde periodiche rettilinee in moto attraverso un ondoscopio.

consecutive rimane invariata ed è chiamata *lunghezza d'onda* λ (lambda). La configurazione d'onda che abbiamo descritto è detta *onda periodica rettilinea* (Fig. 6.10).

Possiamo ottenere la velocità di un'onda periodica in un modo simile a quello utilizzato per una coppia di impulsi. Sappiamo che i due impulsi sono separati da una distanza λ e che ciascun impulso percorre questa distanza in un tempo T . Quindi la velocità di propagazione è:

$$v = \lambda/T. \quad [6.3]$$

Ricavando $1/T$ dalla relazione [6.2] e sostituendolo, nella relazione [6.3], $\nu = 1/T$, troviamo che:

$$v = \lambda \cdot \nu. \quad [6.4]$$

La velocità di propagazione di un'onda periodica è dunque il prodotto della frequenza per la lunghezza d'onda.

Questa relazione non è limitata solo alle onde in un ondoscopio, ma è valida per *qualsunque* onda periodica.

Nelle precedenti considerazioni non abbiamo tenuto conto del fatto che l'onda era un'onda rettilinea e nemmeno delle caratteristiche dell'ondoscopio e delle proprietà dell'acqua. Avremmo quindi potuto seguire lo stesso procedimento con onde periodiche circolari e avremmo trovato ancora la relazione $v = \lambda \cdot \nu$.

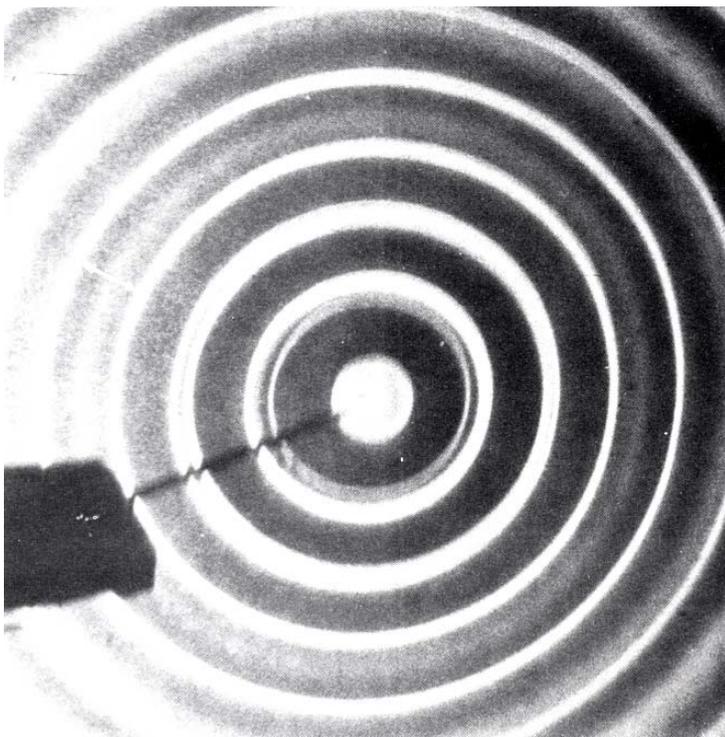


Fig. 6.11. Onde periodiche circolari.

In questo caso la lunghezza d'onda è misurata lungo un raggio (Fig. 6.11) ed è uguale alla lunghezza d'onda di un'onda rettilinea della stessa frequenza. La velocità delle onde circolari è quindi uguale a quella delle onde rettilinee nello stesso mezzo. Avremmo potuto applicare i precedenti argomenti a qualsiasi altro tipo di onda periodica, per esempio alle onde periodiche nelle molle e avremmo trovato la stessa relazione $v = \lambda \cdot \nu$.

Applichiamo ora la relazione [6.4] per misurare la velocità v dell'onda. Immaginiamo che invece di osservare l'onda continuamente, la osserviamo attraverso un otturatore che rimane chiuso per la maggior parte del tempo e si apre periodicamente per brevi intervalli di tempo. Un dispositivo del genere è lo stroboscopio illustrato nella Fig. 6.12. La

prima
che



volta

Fig. 6.12. Uso di uno stroboscio manuale per il moto delle onde nell'ondoscopio.

l'otturatore si apre, intravediamo la configurazione dell'onda in una certa posizione.

Durante l'intervallo di tempo in cui l'otturatore rimane chiuso, tutte le onde percorrono una distanza uguale al prodotto della loro velocità per il tempo durante il quale l'otturatore rimane chiuso (Fig. 6.13). Se osserviamo attraverso l'otturatore mentre esso si apre e si chiude periodicamente, la configurazione sembrerà nella maggior parte dei casi in movimento.

Supponiamo, però, che il periodo dell'otturatore sia esattamente uguale a quello dell'onda. In questo caso durante l'intervallo di tempo in cui l'otturatore è chiuso, ogni onda si muove e occupa la posizione dell'onda che la precede e quindi tutte le volte che l'otturatore si apre vediamo la stessa configurazione: vediamo cioè una configurazione stazionaria da cui è facile misurare la lunghezza d'onda. Inoltre, dato che il periodo dell'otturatore è uguale al periodo dell'onda, è possibile misurare il periodo contando il numero di volte che l'otturatore si apre in un dato intervallo di tempo, cioè misurando la frequenza dell'otturatore. Questa misura fornisce il valore della frequenza ν . Conoscendo la lunghezza d'onda e la frequenza, si può applicare la relazione $v = \lambda \cdot \nu$ per determinare la velocità.

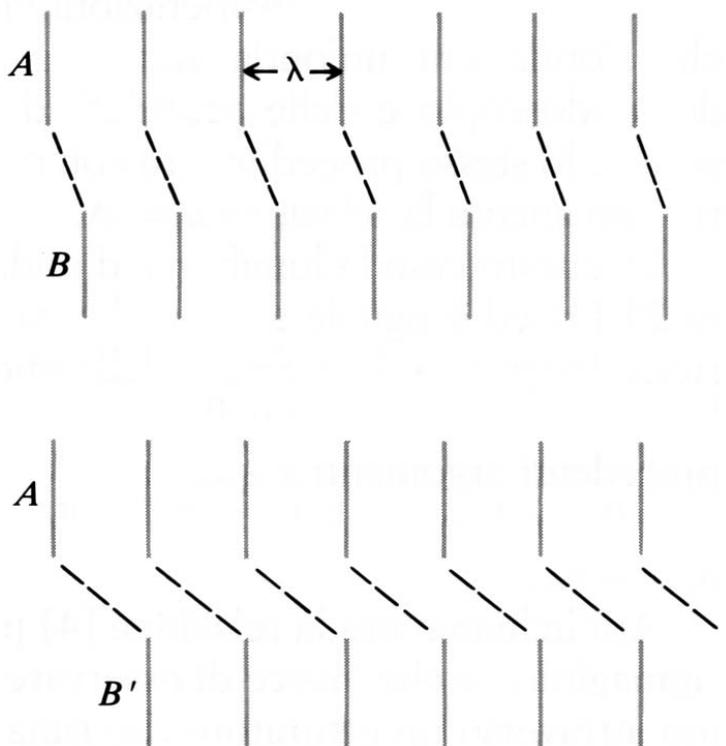


Fig. 6.13. Creste di un'onda periodica viste attraverso due fenditure successive A e B di uno stroboscio usato come otturatore. Nel disegno superiore la frequenza dello stroboscio è maggiore di quella delle onde, in quello inferiore è la stessa. Le linee tratteggiate, naturalmente, non sono visibili.

Quesiti

- 6.9.** Un'arma automatica spara 10 colpi al secondo. La velocità dei proiettili è 850 m/s.
 (a) Qual è la distanza nell'aria tra due proiettili?
 (b) Che cosa accade alla distanza fra i proiettili se si aumenta la frequenza degli spari?
- 6.10.** Se un generatore di onde produce 12 impulsi in 3 secondi, quali sono il suo periodo e la sua frequenza?
- 6.11.** Aumentereste o diminuireste la frequenza del generatore in un ondoscopio per produrre onde di maggiore lunghezza d'onda?
- 6.12.** (a) In un ondoscopio viene generato un impulso ogni decimo di secondo e la lunghezza d'onda è $\lambda = 3$ cm. Qual è la velocità di propagazione dell'onda?
 (b) Nello stesso mezzo vengono generati due impulsi, il secondo viene generato mezzo secondo dopo il primo. Quale distanza separa i due impulsi?
- 6.13.** Supponete di guardare un'onda periodica di frequenza $\nu = 4$ Hz attraverso uno stroboscopio a due fenditure. Che cosa pensate di vedere se ruotate lo stroboscopio con frequenze di 1, 2 e 4 Hz?
-

6.5. Rifrazione

Abbiamo detto precedentemente che la velocità di propagazione delle onde dipende dalle proprietà del mezzo attraverso il quale esse si muovono. Nel caso di onde sulla superficie dell'acqua, la velocità dipende dalla profondità dell'acqua. Perciò, se si dispone di acqua a due diverse profondità, si hanno due diversi mezzi per la propagazione delle onde.

Si tratta di una proprietà molto utile, perché variando semplicemente la profondità dell'acqua in una parte dell'ondoscopio, riusciamo a studiare il comportamento delle onde quando passano da un mezzo a un altro.

Per verificare che la velocità delle onde dipende realmente dalla profondità, dimezziamo la profondità dell'ondoscopio collocando una lastra di vetro spessa nella parte posteriore, sul fondo. Questa lastra divide l'ondoscopio in due zone di differenti profondità e la linea di divisione è parallela alle onde.

Se osserviamo le onde attraverso lo stroboscopio e lo facciamo ruotare alla frequenza corretta, la configurazione delle onde appare ferma in entrambe le zone dell'ondoscopio simultaneamente. Ciò significa che la frequenza è la stessa in entrambe le zone e che non è influenzata dalla variazione della profondità. Ma la Fig. 6.14 indica che la lunghezza d'onda λ_2 nella parte meno profonda è minore di λ_1 , la lunghezza d'onda nella parte profonda.^(*)

Poiché la velocità di propagazione è il prodotto della frequenza per la lunghezza d'onda, la velocità nella parte meno profonda (dove la lunghezza d'onda è minore) è minore della velocità nella parte più profonda, cioè, $v_2 < v_1$.

Inoltre, in entrambe le metà dell'ondoscopio la velocità di propagazione è la stessa in tutte le direzioni, come abbiamo visto nel paragrafo precedente.

Ripetiamo ora l'esperimento, ma collochiamo la lastra di vetro in modo che la superficie di separazione tra la zona più profonda e quella meno profonda non sia più parallela alle onde, ma formi un angolo con il fronte delle onde. Sappiamo già che la lunghezza d'onda nella zona meno profonda è minore di quella nella zona più profonda, ma questa non è l'unica variazione. La Fig. 6.15 mostra che, quando le onde rettilinee incidono sulla superficie di separazione, esse rimangono rettilinee, ma variano la loro direzione di propagazione: la nuova direzione è più vicina alla normale alla superficie di separazione di quanto lo sia la direzione di propagazione iniziale.

Come abbiamo visto nello studio dell'ottica, ciò è quanto avviene quando la luce passa da un mezzo a un altro con un indice di rifrazione maggiore, per esempio dall'aria all'acqua. Nel caso della luce, questo tipo di rifrazione è descritto quantitativamente dalla seconda legge di Snellius-Cartesio (paragrafo 2.4) e viene naturale chiedersi se tale legge è valida anche per onde come quelle osservate nell'ondoscopio, quando passano da un mezzo a un altro.

^(*) Si può notare che le onde tendono a scomparire verso l'estremità della zona in cui l'acqua è meno profonda. Esse si estinguono soltanto poiché non abbiamo una situazione ideale in cui possiamo isolare il fenomeno che vogliamo studiare. In questo caso, come negli esperimenti con la molla a spirale, è presente una certa resistenza che riduce il moto finendo col determinarne l'estinzione.

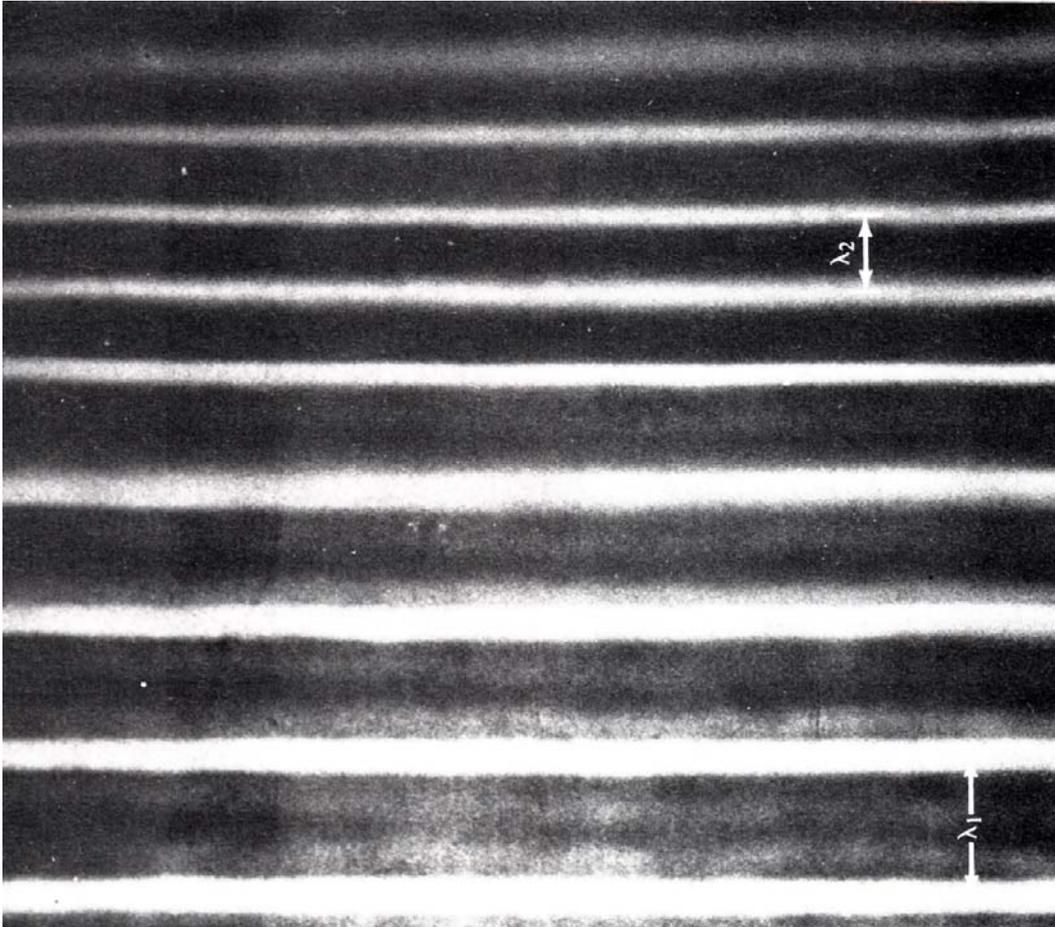


Fig. 6.14. Passaggio di onde da uno strato di acqua più profonda a uno di acqua meno profonda. L'acqua più profonda è nella parte inferiore della fotografia, mentre l'acqua meno profonda è nella parte superiore. Si noti che la lunghezza d'onda è minore nell'acqua meno profonda.

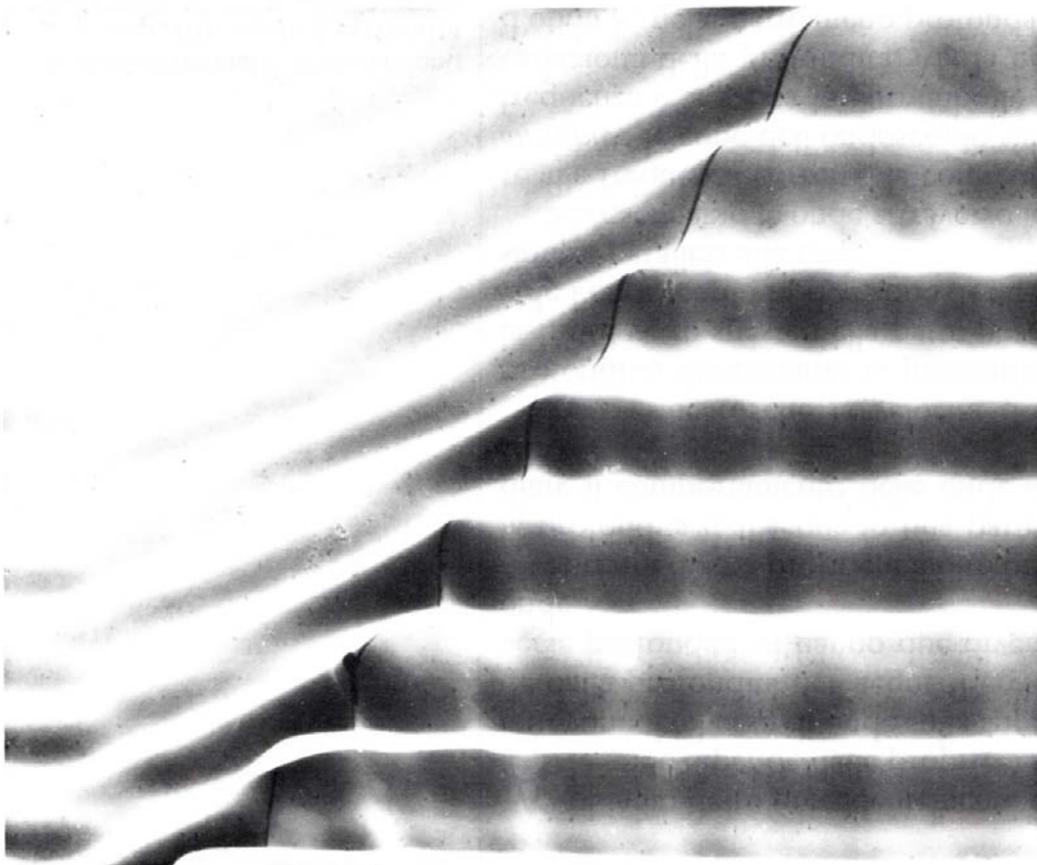


Fig. 6.15. Rifrazione delle onde alla superficie di separazione fra lo strato di acqua profonda e lo strato di acqua bassa nell'ondoscopio. Notate le deboli onde riflesse.

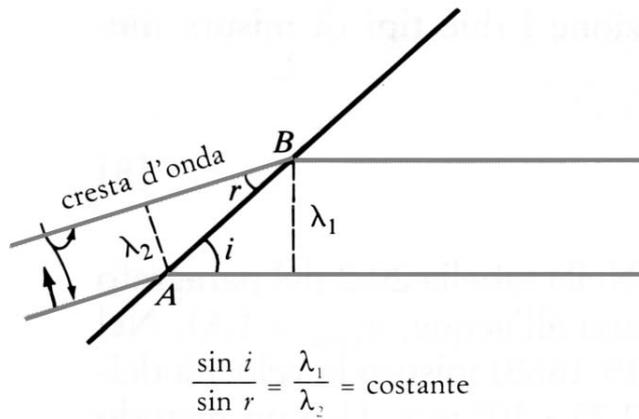


Fig. 6.16. Rappresentazione geometrica della rifrazione di due fronti d'onda consecutivi.

Come verifica è possibile seguire due procedimenti. Possiamo misurare molti angoli di incidenza e i relativi angoli di rifrazione nell'ondoscopio e stabilire così sperimentalmente se sono legati dalla seconda legge di Snellius-Cartesio oppure possiamo stabilire se la seconda legge di Snellius-Cartesio possa essere prevista teoricamente in base alle proprietà già conosciute delle onde. Nella nostra verifica seguiremo il secondo procedimento.

Nel paragrafo 6.3 abbiamo dimostrato che l'angolo di incidenza è uguale all'angolo fra la cresta dell'onda incidente e l'ostacolo. Analogamente, l'angolo di rifrazione è uguale all'angolo fra la cresta dell'onda rifratta e l'ostacolo.

Disegniamo ora due fronti d'onda consecutivi mentre vengono rifratti dall'ostacolo (Fig. 6.16). Non è necessario disegnare le normali, poiché angoli uguali a i e r compaiono già nel disegno. Quindi, per definizione si ha:

$$\sin i = \frac{\lambda_1}{AB}, \quad \sin r = \frac{\lambda_2}{AB}.$$

I valori di $\sin i$ e $\sin r$ variano da caso a caso, ma il loro rapporto è costante e indipendente dall'angolo di incidenza, come possiamo vedere dividendo $\sin i$ per $\sin r$:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\lambda_1}{AB} \cdot \frac{AB}{\lambda_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \text{costante}. \quad [6.5]$$

La relazione [6.5] è la seconda legge di Snellius-Cartesio, applicata questa volta alle onde. Chiameremo anche in questo caso indice di rifrazione la costante e la denoteremo con n_{12} come in ottica.

Perciò, dalla relazione [6.5], si ha:

$$n_{12} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}. \quad [6.6]$$

Ora possiamo esprimere il valore di n_{12} in funzione delle velocità di propagazione delle onde nei due mezzi. In generale, in base alla relazione [6.4], si ha che:

$$\lambda = \frac{v}{\nu}. \quad [6.7]$$

In particolare, quindi, $\lambda_1 = v_1/\nu$ e $\lambda_2 = v_2/\nu$. Perciò:

$$n_{12} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1/\nu}{v_2/\nu} = \frac{v_1}{v_2}. \quad [6.8]$$

Abbiamo dedotto che l'indice di rifrazione è uguale al rapporto fra la velocità di propagazione nel primo mezzo e quella nel secondo.

In questo caso il modello ondulatorio offre una previsione sorprendente.

L'indice di rifrazione si determina misurando gli angoli di incidenza e gli angoli di rifrazione e non compaiono nel calcolo le distanze e gli intervalli di tempo; le misure delle velocità, d'altra parte, implicano misure di spazi e intervalli di tempo.

Il modello ondulatorio mette in relazione i due tipi di misure mediante la relazione:

$$n_{12} = \frac{v_1}{v_2}. \quad [6.9]$$

Le misure confermano questa relazione? Nella tabella 2.3 del paragrafo 2.4, troviamo l'indice di rifrazione dall'aria all'acqua, $n_{acqua} = 1.33$. Nel 1862 il fisico francese Léon Foucault (1819-1868) misurò la velocità della luce nell'acqua, trovando che $v_{acqua} = 2.23 \times 10^8$ m/s. Usò un metodo simile a quello di Michelson descritto nel paragrafo 4.8, ma con una distanza breve e quindi il suo risultato era meno preciso della velocità della luce nell'aria misurata da Michelson. Quindi:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{c}{v_{acqua}} = \frac{3.00 \times 10^8}{2.23 \times 10^8} = 1.35$$

Nella tabella 2.3 del paragrafo 2.4 troviamo analogamente che l'indice di rifrazione del bisolfuro di carbonio, un liquido trasparente, è $n_{bc} = 1.63$. Michelson trovò che la velocità della luce nel bisolfuro di carbonio è $v_{bc} = 1.71 \times 10^8$ m/s. Quindi:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{c}{v_{bc}} = \frac{3.00 \times 10^8}{1.71 \times 10^8} = 1.75$$

Se si considera la semplicità del modello, si è ottenuta una buona approssimazione.^(**)

Resta da chiarire un punto: non tutta la luce che incide sulla superficie di separazione tra i due mezzi si rifrange. Una parte si riflette, anche se entrambi i mezzi sono trasparenti.

Lo stesso vale per le onde. Nella Fig. 6.15 l'ampiezza dell'onda riflessa è piuttosto piccola, ma essa è visibile se si osserva attentamente. Concludiamo quindi che, per quanto riguarda la rifrazione, le onde hanno le proprietà che sono richieste per spiegare il comportamento della luce.

Quesiti

- 6.14. Nella figura 6.14 dov'è la superficie di separazione tra la zona di acqua profonda e la zona di acqua bassa?
- 6.15. Qual è l'indice di rifrazione nel passaggio dall'acqua bassa all'acqua profonda nella figura 6.14?
- 6.16. Misurate l'indice di rifrazione nella figura 6.15 sia con il metodo che avete usato nel problema precedente che calcolando il rapporto tra i seni degli angoli appropriati. Confrontate i risultati.
- 6.17. Un'onda in un ondoscopio passa da una zona con acqua bassa a una con acqua profonda con un angolo di incidenza di 45° e un angolo di rifrazione di 60° .
- (a) Qual è il rapporto tra le velocità nelle due zone?
- (b) Se la velocità dell'onda è 25 cm/s nella zona con acqua profonda, qual è la velocità nella zona con acqua bassa?

6.6. Dispersione

Nel paragrafo precedente abbiamo studiato la rifrazione subita dalle onde periodiche nel passare da un mezzo a un altro e abbiamo trovato che l'indice di rifrazione è uguale al rapporto fra le velocità di propagazione delle onde nei due mezzi: $n_{12} = v_1/v_2$. Non abbiamo parlato della frequenza delle onde perché, come abbiamo visto, le velocità di propagazione dipendono soltanto dai mezzi in cui le onde si propagano. Di conseguenza dovremmo attenderci di trovare lo stesso indice di rifrazione per onde di differente frequenza purché ripetiamo l'esperimento con gli stessi mezzi, per esempio acqua che si trova sempre a due determinate profondità.

Ciò che osserviamo realmente è mostrato nelle figure 6.17 e 6.18. Nella Fig. 6.17 vediamo la rifrazione di un'onda di piccola frequenza (grande lunghezza d'onda). Per indicare la direzione delle onde rifratte abbiamo collocato un'asta sullo schermo dell'ondoscopio, parallelamente ai fronti d'onda rifratti.

Abbiamo poi aumentato la frequenza (diminuito la lunghezza d'onda), lasciando invariata la posizione dell'asta. Potete notare che nella Fig. 6.18 l'asta non è più parallela alle creste d'onda rifratte. L'onda con la frequenza più alta è chiaramente rifratta in una direzione lievemente diversa da quella in cui viene rifratta l'onda con frequenza più bassa benché l'angolo di incidenza sia lo stesso in entrambi i casi. Perciò l'indice di rifrazione relativo ai due mezzi dipende in qualche modo dalla frequenza dell'onda. Per analogia con la dipendenza dell'indice di rifrazione dal colore della luce, che abbiamo esaminato nel paragrafo 2.9, questo fenomeno è detto *dispersione*. Poiché l'indice di rifrazione è uguale al rapporto tra le velocità di propagazione nei due mezzi, concludiamo che la velocità deve dipendere dalla frequenza in almeno uno dei mezzi, poiché altrimenti il rapporto non potrebbe presentare tale dipendenza. Un mezzo in cui la velocità delle onde dipende dalla frequenza è detto *mezzo dispersivo*.

^(**) Il modello ondulatorio della luce fu proposto dal fisico olandese Christian Huygens (1629-1695) nel XVII secolo. All'incirca in quel periodo Newton propose un modello corpuscolare della luce che prevedeva che l'indice di rifrazione fosse uguale al reciproco di questo rapporto: $n_{12} = v_2/v_1$. La controversia fra i sostenitori dei due modelli fu risolta soltanto nel XIX secolo dalle misure qui citate.

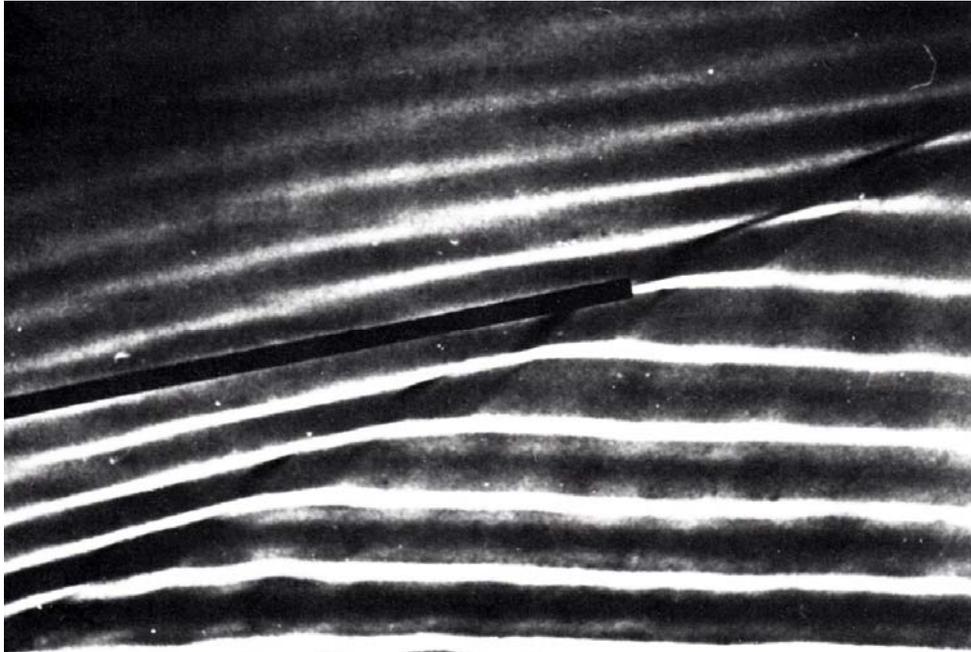


Fig. 6.17. Rifrazione di onde di bassa frequenza. L'asticciola nera è disposta parallelamente alle onde rifratte.

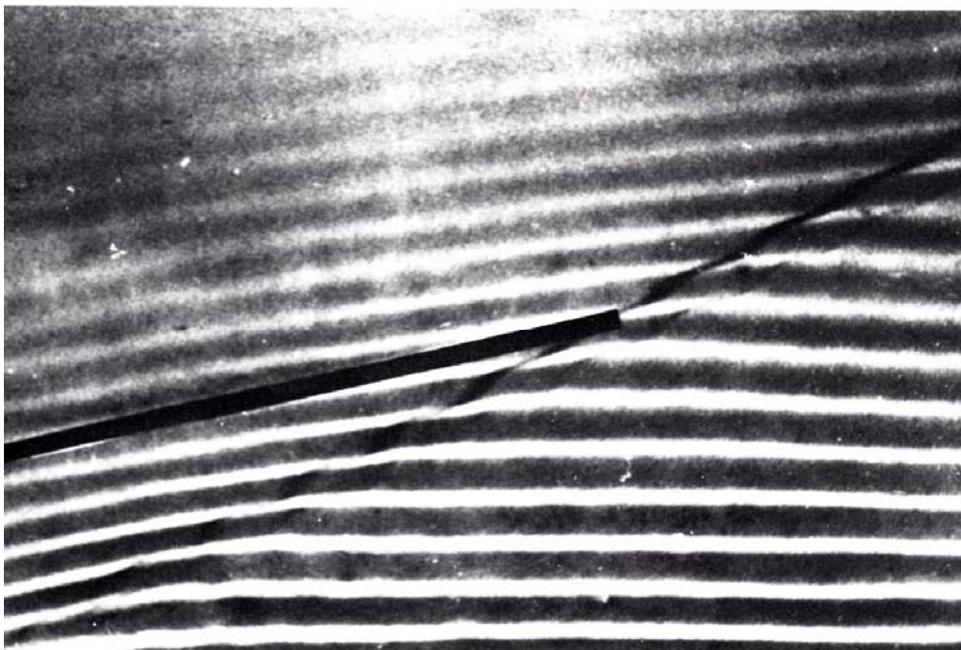


Fig. 6.18. Rifrazione di onde di alta frequenza. Le onde rifratte non sono parallele all'asticciola nera.

Nell'ondoscopio possiamo misurare la velocità di onde periodiche di frequenze diverse (paragrafo 6.4) e osservare così direttamente che la velocità varia con la frequenza, purché eseguiamo le misurazioni con precisione sufficiente. Perciò l'affermazione che facciamo spesso che la velocità delle onde dipende soltanto dal mezzo è un'astrazione che è comunque una buona approssimazione delle onde reali purché non interessino le piccole variazioni della velocità (paragrafo 5.6).

Abbiamo realizzato un'astrazione analoga nello studio della rifrazione della luce nel capitolo 2. Come ricorderete, al principio l'indice di rifrazione della luce sembrava dipendere soltanto dai due mezzi attraverso i quali si propagava, per esempio l'aria e il vetro. Poi, un più attento esame della rifrazione eseguito per mezzo di prismi ha rivelato che l'indice di rifrazione varia lievemente con il colore della luce: è lievemente maggiore per il violetto che per il rosso.

6.7. Diffrazione

Lo studio che abbiamo svolto sulla rifrazione e sulla dispersione di-dimostra chiaramente che il modello ondulatorio della luce interpreta fenomeni che il modello corpuscolare non riesce a spiegare. Tuttavia il modello corpuscolare prevede correttamente che la luce si propaga in linea retta e origina ombre con i contorni netti; infatti, come abbiamo visto, la luce si propaga con ottima approssimazione in linea retta.

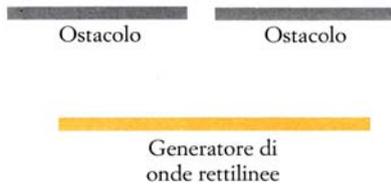


Fig. 6.19. Disposizione dell'ondoscopio per l'esperimento illustrato nella Fig. 6.20.

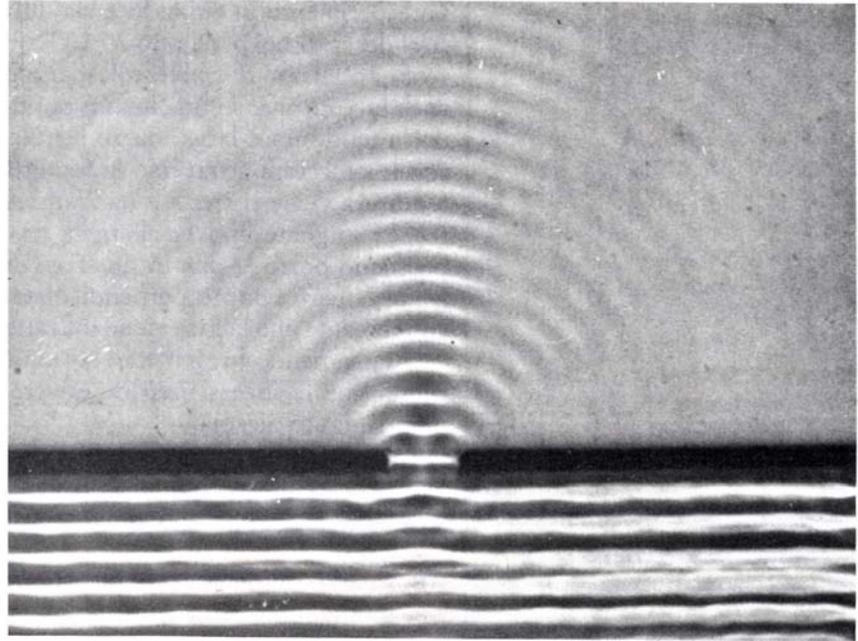
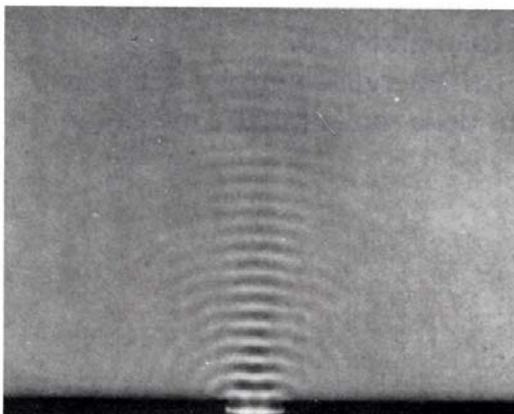
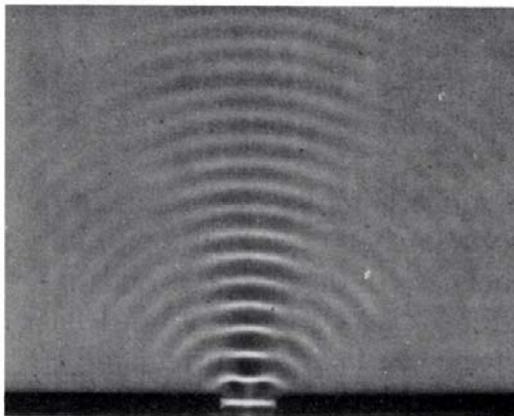
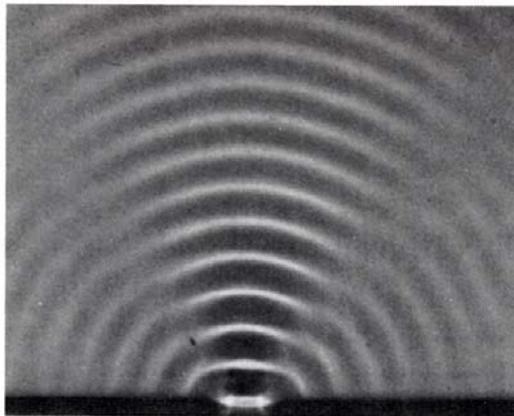


Fig. 6.20. Onde rettilinee che attraversano una fenditura. Notate come le onde si incurvano intorno alle estremità degli ostacoli.

Fig. 6.21. Tre esempi di onde che attraversano la stessa fenditura. Notate che le onde si incurvano meno al diminuire della lunghezza



Chiediamoci se il modello ondulatorio è in grado di spiegare anche queste proprietà della luce. Ancora una volta un buon metodo per studiare questi problemi è eseguire esperimenti con le onde nell'ondoscopio. Usiamo per questo un generatore di onde rettilinee e due ostacoli paralleli al generatore e allineati tra loro in modo da formare una fenditura (Fig. 6.19).

Gli ostacoli proietterebbero ombre se la luce incidesse su di essi provenendo dal generatore ed è ciò che accade quando generiamo un'onda rettilinea periodica, come è illustrato nella Fig. 6.20. Nel centro della configurazione oltre la fenditura, le creste dell'onda sono quasi rettilinee, ma ai lati si incurvano, dando l'impressione di onde circolari che si originano ai bordi della fenditura. Ciò significa che, dopo avere attraversato la fenditura, l'onda diverge: viene diffratta.

La diffrazione delle onde rende difficile comprendere come si possa spiegare la propagazione rettilinea della luce con un modello ondulatorio. Se la luce fosse un'onda, nell'attraversare un piccolo foro una parte di essa dovrebbe deviare invece di proseguire in linea retta. Deve quindi esistere almeno una differenza importante fra le onde luminose e le onde sulla superficie dell'acqua.

Cerchiamo dunque questa differenza. Conosciamo la lunghezza d'onda delle onde sull'acqua, ma non la lunghezza d'onda delle onde luminose che può essere molto diversa. Esaminiamo perciò la diffrazione di onde in acqua con lunghezze d'onda diverse. Nella Fig. 6.21 vediamo tre fotografie di onde periodiche con differenti lunghezze d'onda, ciascuna delle quali attraversa la stessa fenditura. Osserviamo che le tre onde hanno un andamento analogo.

Nella prima fotografia la lunghezza d'onda λ è uguale a $\frac{7}{10}$ della larghezza a della fenditura. In questo caso la parte dell'onda rettilinea che attraversa la fenditura si converte quasi interamente in un'onda circolare e si può quindi affermare che la fenditura si comporta come una sorgente di onde circolari quando viene attraversata da onde rettilinee.

Nella seconda fotografia la lunghezza d'onda λ è uguale a $\frac{5}{10}$ della larghezza a della fenditura. In questo caso l'onda che attraversa la fenditura non si incurva tanto quanto l'onda raffigurata nella prima fotografia: presenta un tratto rettilineo nel centro, ma una parte di essa si incurva ancora ai lati. Nella terza fotografia λ è uguale a $\frac{3}{10}$ di a e in questo caso la curvatura scompare vicino alla direzione di propagazione e si ottiene un'ombra quasi nitida. Se manteniamo fissa la lunghezza d'onda λ e variamo a , troviamo che la curvatura non dipende da λ e a separatamente, ma solo dal loro rapporto λ/a . In conclusione, le onde vengono diffratte fortemente quando attraversano una fenditura di larghezza confrontabile con la loro lunghezza d'onda, mentre subiscono una diffrazione difficilmente apprezzabile se la lunghezza d'onda è molto piccola rispetto alla larghezza dell'apertura.

È noto che la luce che attraversa il buco di una serratura non viene deviata, ma sembra proseguire nella direzione iniziale. Da questo fatto si può dedurre che, se la luce è un'onda, la sua lunghezza d'onda deve essere molto minore delle dimensioni del buco della serratura. Per verificare che la luce è un'onda periodica dovrebbe essere possibile eseguire un esperimento in cui la luce sia diffratta e due esperimenti simili sono stati descritti nel paragrafo 1.10.

Supponiamo di ripetere l'esperimento in cui esaminiamo una sorgente di luce attraverso una fenditura ottenuta avvicinando due dita. Quando la fenditura è larga mezzo centimetro, una sorgente di luce lunga e sottile osservata attraverso la fenditura appare normale, ma quando la fenditura viene ristretta a una larghezza di circa un decimo di millimetro, la sorgente appare allargata in direzione perpendicolare alle dita; possiamo porre le dita in qualsiasi direzione e l'allargamento della sorgente appare sempre perpendicolare ad esse. Questo fenomeno indica chiaramente che la luce viene diffratta dalla fenditura.

Riassumendo brevemente la trattazione svolta in questo capitolo, diciamo che la luce si può descrivere per mezzo di onde di lunghezza d'onda molto piccola.

Quesiti

- 6.18.** Perché sappiamo che la lunghezza d'onda della luce deve essere molto minore di 1 cm?
6.19. Immaginate che l'occhio umano sia sensibile soltanto alla luce di lunghezza d'onda di un decimo di millimetro. Quale sarebbe l'effetto sulla visione? Riusciremmo a infilare un ago?

Problemi di fine capitolo

- 6.20.** Descrivete il moto dell'onda che si genera immergendo il dito nel centro di un recipiente circolare pieno d'acqua. Quale sarebbe il moto in condizioni ideali?
6.21. Una sorgente puntiforme nell'ondoscopio genera onde periodiche circolari. Usando uno stroboscopio per fermare il moto, misuriamo la differenza tra il raggio della prima cresta circolare e quello della sesta, trovando che vale 10 cm.
 (a) Qual è la lunghezza d'onda?
 (b) Perché non abbiamo calcolato la lunghezza d'onda usando soltanto il raggio, per esempio, del quinto impulso?
 (c) Perché usiamo questo metodo di misura, anziché calcolare la differenza tra due creste successive?
6.22. Un impulso circolare generato nel fuoco di un riflettore parabolico si riflette diventando un impulso rettilineo. Che cosa dice questo fatto riguardo alle proprietà geometriche di una parabola? (*Suggerimento:* considerate segmentini dell'impulso circolare che ha origine nel fuoco e stabilite quale deve essere la forma della parabola per produrre un impulso rettilineo.)
6.23. Supponete di collocare in un ondoscopio un ostacolo a forma di ellisse, come nella Fig. D. Un impulso circolare, generato nel punto A , si riflette sull'ostacolo e converge nel punto B .
 (a) In base a questo esperimento, che cosa siete in grado di dire riguardo alle proprietà geometriche di un'ellisse? (*Suggerimento:* considerate segmentini dell'impulso circolare che si origina in A e stabilite quale forma deve avere l'ellisse affinché tutti i segmentini raggiungano B nello stesso istante.)
 (b) Che cosa accade se viene generato un impulso nel punto B ?
 (c) Si ha una convergenza analoga anche quando si immerge un dito in un punto diverso da A o da B ?

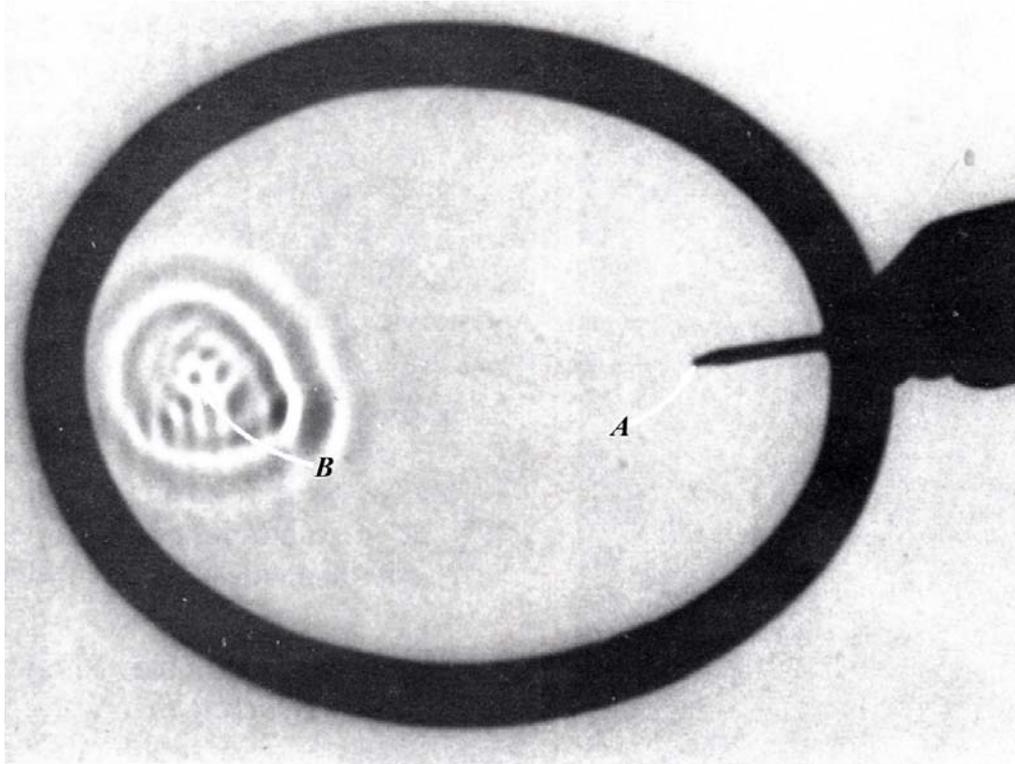


Fig. D. Riflessione su un ostacolo ellittico. Un impulso è stato generato in A e fotografato mentre converge verso B.

- 6.24.** Nella Fig. E, un impulso rettilineo si avvicina a un ostacolo a forma di angolo retto, secondo un angolo di 45° .
- Come si riflette?
 - Che cosa accade se l'impulso incide sull'ostacolo secondo un altro angolo?
- 6.25.** Nell'ondoscopio gocce d'acqua che cadono con frequenza costante generano onde circolari. Si osserva che la lunghezza d'onda è 1.2 cm. L'esperimento viene ripetuto con la sorgente in moto a velocità costante da un estremo all'altro dell'ondoscopio, lungo la linea centrale. Un osservatore situato vicino all'estremo dell'ondoscopio verso il quale la sorgente si sta muovendo misura la lunghezza d'onda trovando il valore di 0.8 cm.
- Qual è il rapporto tra la velocità dell'onda e la velocità della sorgente?
 - Quale valore misurerebbe per la lunghezza d'onda un osservatore situato nel punto di partenza della sorgente dopo che questa si è allontanata da lui di una certa distanza?
- 6.26.** Se la frequenza delle onde variasse quando queste passano dall'acqua più profonda all'acqua meno profonda, uno stroboscopio riuscirebbe a fermare tutte le onde simultaneamente?
- 6.27.** (a) Uno pneumatico di una ruota di automobile ha una circonferenza di 2.2 m. Se la ruota compie 200 giri al minuto, qual è la velocità dell'automobile in metri al minuto?
- Un'onda luminosa di frequenza di 6.0×10^{14} Hz si propaga in un liquido. Viene misurata la lunghezza d'onda all'interno del liquido e si trova che il valore è di 3.0×10^{-5} cm. Qual è la velocità della luce in questo liquido?
 - Qual è la lunghezza d'onda nel vuoto (in cui è stata calcolata la frequenza)?
 - Qual è l'indice di rifrazione del liquido per la luce di questa frequenza?

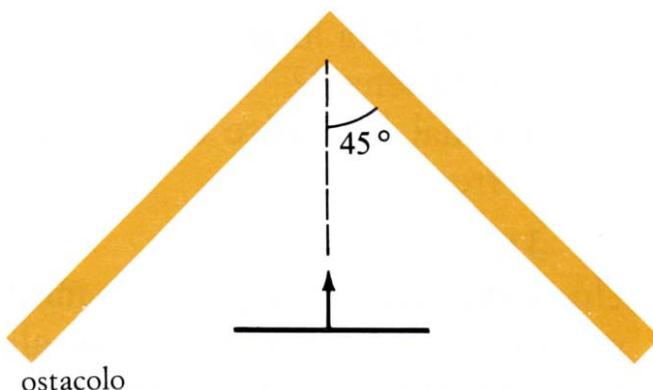


Fig. E. Un impulso rettilineo che si sta avvicinando a un ostacolo ad angolo retto.

6.28. Un ondoscopio è disposto in modo che la profondità dell'acqua diminuisca gradualmente da un lato all'altro. A causa di ciò, la velocità della cresta di un'onda in corrispondenza di un lato è diversa da quella dell'altro lato. Da ciò deriva che le onde rettilinee si incurvano (Fig. F). Nella fotografia le onde si muovono verso la parte alta della pagina.

(a) Qual è il lato dove l'acqua è meno profonda?

(b) Si produce un fenomeno analogo nel caso della luce? Preparatevi a discutere questo argomento in classe.

6.29. Onde sulla superficie dell'acqua che si propagano nella zona più profonda di un ondoscopio alla velocità di 34 cm/s incontrano la zona meno profonda con un angolo di 60° . Nella parte meno profonda, tutte le onde si propagano alla velocità di 24 cm/s. Quando si aumenta lievemente la frequenza, si trova che le onde si propagano alla velocità di 32 cm/s nella zona più profonda.

(a) Calcolate l'angolo di rifrazione per ciascun caso.

(b) Considerando le condizioni esistenti nell'ondoscopio, è più facile misurare le due velocità e trovare la loro differenza direttamente, oppure misurarla indirettamente per mezzo della differenza degli angoli trovata nel punto (a)?

(c) Come si possono rivelare piccole differenze nella velocità della luce?

6.30. Se il suono è un fenomeno ondulatorio, come spieghereste l'osservazione comune che si odono i suoni provenienti da dietro gli angoli?

6.31. Le onde sonore nell'aria si propagano di solito a una velocità di circa 330 m/s. I suoni udibili hanno un intervallo di frequenze da circa 30 Hz a 15 kHz. Qual è l'intervallo di lunghezze d'onda di queste onde sonore?

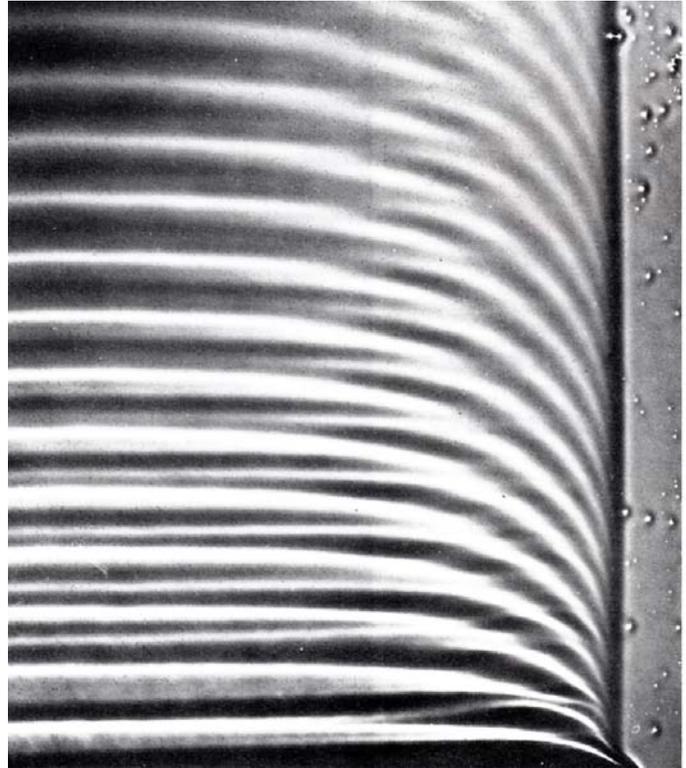


Fig. F. Incurvamento di un'onda rettilinea via via che diminuisce la profondità dell'acqua da un lato all'altro dell'ondoscopio.