

## 16. MOTO ARMONICO

### 16.1. Misura in radianti degli angoli

◆ SISTEMA SESSAGESIMALE:

$$\text{angolo unitario} = \hat{u} = \frac{\text{angolo giro}}{360} = 1^\circ \quad [16.1]$$

Quindi  $\text{mis } \hat{\alpha} = \frac{\hat{\alpha}}{\hat{u}} = \alpha \Rightarrow \text{la grandezza angolo } \hat{\alpha} = \alpha \cdot 1^\circ = \alpha^\circ$

◆ SISTEMA CIRCOLARE:

questo sistema nasce dalla considerazione che in una circonferenza qualsiasi angoli al centro ed archi sottesi sono in corrispondenza biunivoca, anzi sono direttamente proporzionali:

Una volta fissato l'angolo al centro  $\hat{\alpha}$  è facile vedere che il rapporto fra la lunghezza dell'arco corrispondente e il raggio è costante, *indipendente* quindi dalla particolare circonferenza, e *dipendente* solo dall'ampiezza dell'angolo al centro (Fig.16.1).

Quindi la misura dell'angolo  $\hat{\alpha}$  è definibile come il rapporto fra la lunghezza dell'arco corrispondente e il raggio di una qualsiasi circonferenza con centro nel vertice dell'angolo:

$$\text{mis } \hat{\alpha} = \frac{h}{r} = \frac{h'}{r'} = \frac{h''}{r''} = \dots = \alpha$$

da cui segue

$$\hat{\alpha} = \alpha$$

(la misura coincide con il simbolo della grandezza, essendo la grandezza adimensionale)

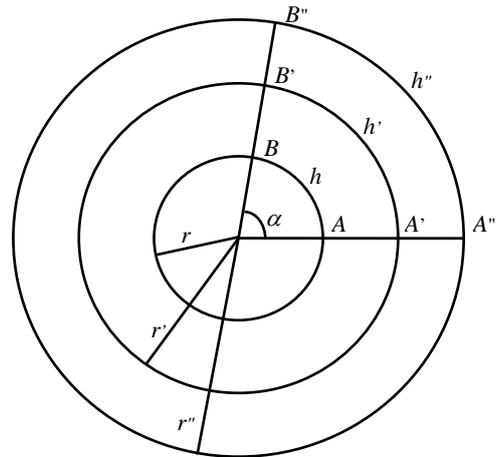


Fig. 16.1.

**Esempi:** ad  $\hat{\alpha} = 90^\circ$  corrisponde  $\alpha = \frac{2\pi \cdot 1}{4 \cdot r} = \frac{\pi}{2}$

ad  $\hat{\alpha} = 180^\circ$  corrisponde  $\alpha = \frac{2\pi \cdot 1}{2 \cdot r} = \pi$

ad  $\hat{\alpha} = 60^\circ$  corrisponde  $\alpha = \frac{2\pi \cdot 1}{6 \cdot r} = \frac{\pi}{3}$

In generale si può usare la seguente proporzione per passare da un sistema di unità di misura all'altro:

$$\pi : 180^\circ = \alpha : \alpha^\circ$$

### Quesiti

16.1. Dimostrare che l'angolo pari a 1 rad corrisponde a 57.3°.

16.2. Convertire in radianti i seguenti angoli: 10°; 15°; 18°; 30°; 36°; 45°; 60°; 75°; 120°; 135°; 150°; 240°.

### 16.2. La velocità angolare

Un punto materiale che si muove di moto circolare uniforme descrive archi di circonferenza uguali in eguali intervalli di tempo.

Indicando con  $\Delta\theta$  l'arco di circonferenza (misurato in radianti) percorso nel lasso di tempo  $\Delta t$  dal punto materiale, definiamo la *velocità angolare*  $\omega$  (omega) come

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \tag{16.2}$$

Da osservare che nel caso del moto circolare uniforme, la velocità angolare istantanea coinciderà con la velocità angolare media. In generale definiremo la velocità angolare istantanea come

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \tag{16.3}$$

Un moto circolare uniforme è un moto periodico, infatti dopo un lasso di tempo  $T$ , il punto materiale che si sta muovendo di moto circolare uniforme tornerà ad occupare la stessa posizione. Dato che in un periodo il punto materiale avrà descritto un angolo giro ( $2\pi$  rad), allora la velocità angolare sarà pari a

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \tag{16.4}$$

Utilizzando la [16.4] si possono esprimere le espressioni del modulo della velocità istantanea ([14.5] a pag. 168) e del modulo della accelerazione centripeta ([14.10] a pag. 170) del moto circolare uniforme mediante la  $\omega$ :

$$v = \omega r \tag{16.5}$$

e

$$a = \omega^2 r \tag{16.6}$$

**Esempi**

◆ Equazioni parametriche di una circonferenza di raggio  $r$  e centro  $O$ :

$$\begin{cases} x = r \cdot \cos\theta \\ y = r \cdot \sin\theta \end{cases} \quad \text{con } 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

◆ Legge oraria di un punto materiale  $P$  che si muove di moto circolare uniforme con periodo  $T$ , sopra una circonferenza di raggio  $r$ , e con le condizioni iniziali che per  $t_0 = 0$   $P \equiv A$  (Fig. A).

Poiché la velocità angolare  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  è nota, e inoltre  $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow \theta = \omega \cdot t$ ,

si ha: 
$$\begin{cases} x(t) = r \cdot \cos(\omega \cdot t) \\ y(t) = r \cdot \sin(\omega \cdot t) \end{cases} \quad \text{con } 0 \leq t \leq T$$

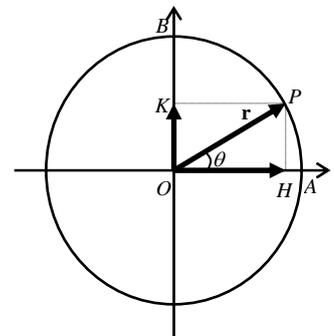


Fig.

**Quesiti**

- 16.3. Trovare la velocità angolare di un disco che viene fatto ruotare a 33 giri/minuto. Supposto che il diametro del disco sia 30 cm, determinare la velocità periferica di un punto esterno.
- 16.4. Il pianeta Venere percorre attorno al Sole un'orbita che, in prima approssimazione, si può dire una circonferenza, di raggio 108 milioni di km. L'anno di Venere corrisponde a 225 giorni terrestri. La distanza media della Terra da Sole è 149 milioni di km.
- (a) Qual è il rapporto tra le velocità angolari di Venere e della Terra.
- (b) Qual è il rapporto tra le velocità periferiche di Venere e della Terra.
- 16.5. Due ruote A e B hanno lo stesso asse di rotazione (Fig. B). Completare la tabella che segue per le due ruote ( $P$  è un punto alla periferia di ciascuna ruota).

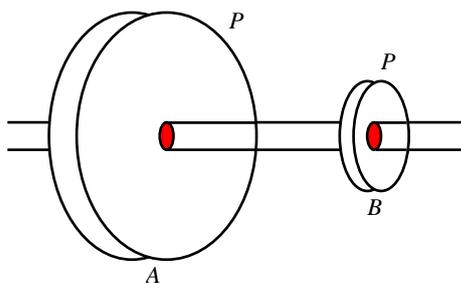


Fig. B.

	A	B
$r$	12 cm	6 cm
$\nu$	0.1 Hz	
$T$		
$\omega$		
$v$ periferica		
verso rotazione		

### 16.3. Approfondimenti sul moto circolare uniforme

Se consideriamo una circonferenza di raggio  $r$ , avente il centro in un sistema di assi cartesiani ortogonali, la sua equazione sarà:  $x^2+y^2=r^2$ . Supponiamo che la circonferenza sia la traiettoria di un punto  $P$  che si muove di moto circolare uniforme con velocità angolare  $\omega$ .

È molto semplice, ma interessante per gli sviluppi futuri, considerare il moto del punto  $P$  come composizione dei due moti lungo gli assi cartesiani  $x$  e  $y$ , al pari degli altri moti piani.

Supponiamo per semplicità che nell'istante iniziale  $t_0 = 0$  il punto  $P$  si trovi a coincidere con il punto  $A$  (vedi Fig. 16.2):

per trovare le equazioni del moto del punto  $H$  lungo l'asse  $x$  basta considerare i componenti (le proiezioni) dei vettori posizione  $\mathbf{r}(t)$ , velocità  $\mathbf{v}(t)$  e accelerazione  $\mathbf{a}_c(t)$  del punto  $P$  lungo l'asse  $x$ ; e analogamente per il moto lungo l'asse  $y$  del punto  $K$ .

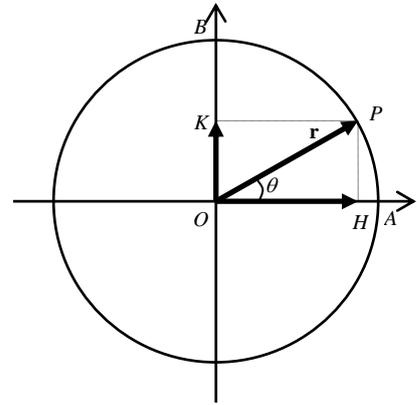


Fig. 16.2.

Per quanto riguarda le componenti di  $\mathbf{r}(t)$  (triangolo  $OHP$  di Fig. 16.2):

asse  $x$ :  $x(t) = \overline{OH} = x_H = r \cdot \cos \theta = r \cdot \cos \omega t$  [16.7]

asse  $y$ :  $y(t) = \overline{OK} = y_K = r \cdot \sin \theta = r \cdot \sin \omega t$  [16.8]

(ricordando che  $\theta = \omega t$ )

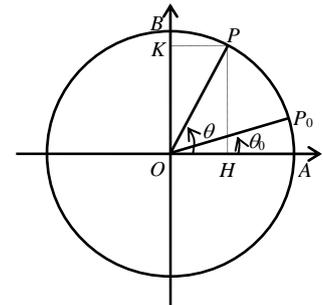


Fig. 16.3.

Da notare che, se nell'istante iniziale  $t_0 = 0$  il punto  $P$  si trova nella posizione  $P_0$  caratterizzata dall'angolo  $\theta_0$  (Fig. 16.3), si avrà

asse  $x$ :  $x(t) = r \cdot \cos(\theta + \theta_0) = r \cdot \cos(\omega t + \theta_0)$  [16.9]

asse  $y$ :  $y(t) = r \cdot \sin(\theta + \theta_0) = r \cdot \sin(\omega t + \theta_0)$  [16.10]

(la costante  $\theta_0$  è detta *fase iniziale*).

Per quanto riguarda le componenti di  $\mathbf{v}(t)$  (triangolo  $PMN$  di Fig. 16.4):

asse  $x$ :  $v_x(t) = \overline{PN} = v_{xH} = -v \cdot \sin \theta = -\omega r \cdot \sin \omega t$  [16.11]

(il segno meno indica che il componente  $\mathbf{v}_x$  ha verso opposto all'asse  $x$ )

asse  $y$ :  $v_y(t) = \overline{NM} = v_{yK} = v \cdot \cos \theta = \omega r \cdot \cos \omega t$  [16.12]

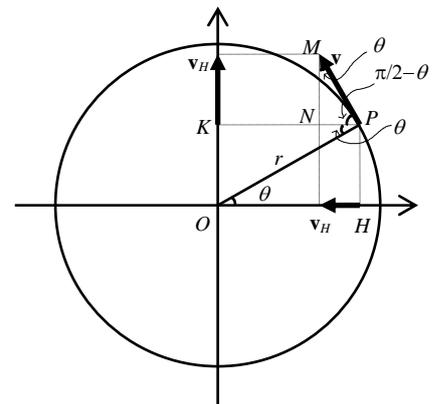


Fig. 16.4.

La grandezza  $\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$  (velocità angolare) in questo contesto viene detta *pulsazione*.

Per quanto riguarda le componenti di  $\mathbf{a}_c(t)$  (triangolo  $PRS$  di Fig. 16.5):

asse  $x$ :  $a_x(t) = \overline{RS} = a_{xH} = -a_c \cdot \cos \theta = -\omega^2 r \cdot \cos \omega t = -\omega^2 x$  [16.13]

(il segno meno indica che il componente  $\mathbf{a}_x$  ha verso opposto all'asse  $x$ )

asse  $y$ :  $a_y(t) = \overline{PR} = a_{yK} = -a_c \cdot \sin \theta = -\omega^2 r \cdot \sin \omega t = -\omega^2 y$  [16.14]

(il segno meno indica che il componente  $\mathbf{a}_y$  ha verso opposto all'asse  $y$ ).

Da notare che entrambi i moti, lungo l'asse  $x$  e lungo l'asse  $y$ , sono caratterizzati dall'aver sia la velocità che l'accelerazione variabili nel tempo.

È interessante analizzare graficamente le variazioni della posizione, della velocità e della accelerazione dei due moti lungo gli assi. Si consiglia di tracciare per punti i grafici seguenti limitatamente al moto lungo l'asse  $x$  ed analizzare il loro andamento. Il moto ha ovviamente un andamento periodico di periodo  $T$  per cui è sufficiente limitarsi al primo periodo.

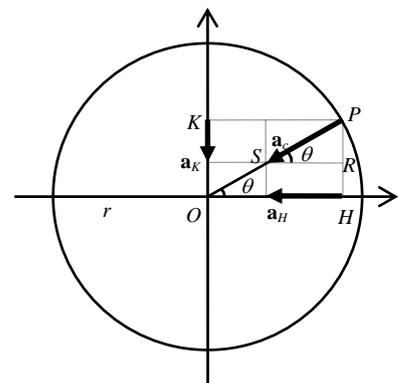
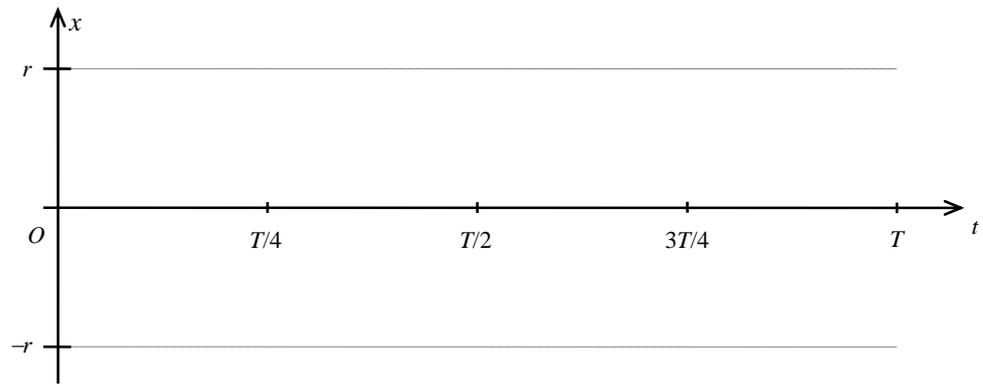
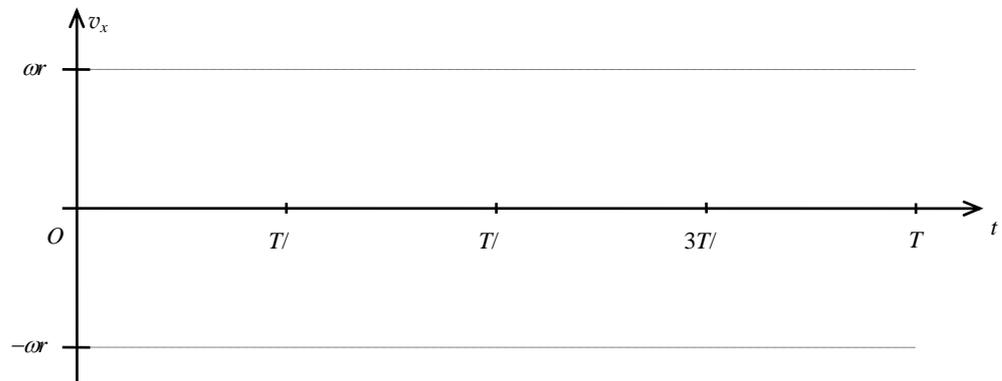


Fig. 16.5.

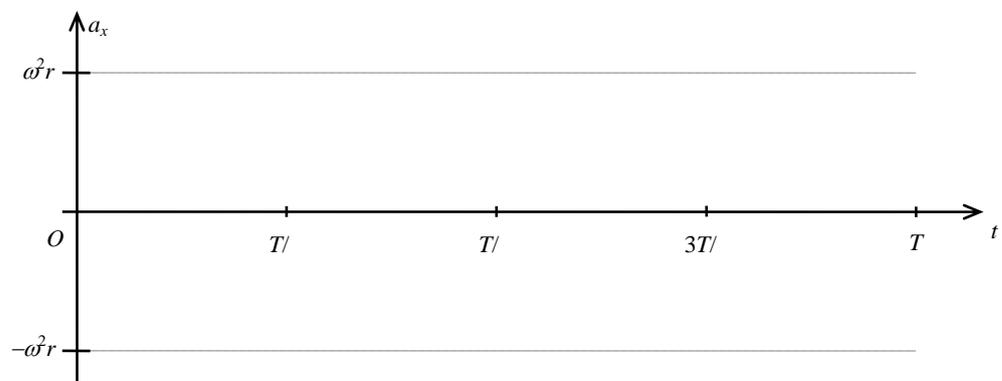
$$x(t) = r \cdot \cos \omega t$$



$$v_x(t) = -\omega r \cdot \sin \omega t$$



$$a_x(t) = -\omega^2 r \cdot \cos \omega t$$



### Quesiti

- 16.6.** Un corpo si muove di moto circolare uniforme in verso antiorario con velocità angolare di  $\pi/4 \text{ s}^{-1}$  lungo una circonferenza di 30 cm di raggio con il centro nell'origine di un sistema di assi cartesiani  $Oxy$ . All'istante  $t = 0$  la sua posizione è data dalle coordinate  $x = 30 \text{ cm}$ ;  $y = 0 \text{ cm}$ . Calcolare l'ascissa della proiezione di  $P$  sull'asse  $x$  all'istante  $t = 5 \text{ s}$ .
- 16.7.** Due oggetti,  $A$  e  $B$ , si muovono di moti armonici con la stessa ampiezza, e partono entrambi dalla posizione che corrisponde al valore massimo positivo di  $x$ . Per  $A$  si ha  $\omega = 2 \text{ s}^{-1}$ , per  $B$   $\omega = 3 \text{ s}^{-1}$ .
- quanto vale il periodo di ciascun moto?
  - disegnare i grafici  $t-x$  per i due moti.
  - dopo quanto tempo sarà riprodotta la situazione di partenza ( $A$  e  $B$  entrambi al massimo positivo)?

## 16.4. Esempi di sistemi fisici che si muovono di moto armonico semplice

- ◆ **L'oscillatore armonico semplice.** Un oscillatore armonico semplice è costituito da una massa  $m$  collegata ad un molla di costante elastica  $k$  che segue la legge di Hooke  $\mathbf{F} = -k\mathbf{x}$ . Dalla seconda legge della dinamica  $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$  si ottiene

$$\mathbf{a} = -\frac{k}{m}\mathbf{x} \quad [16.15]$$

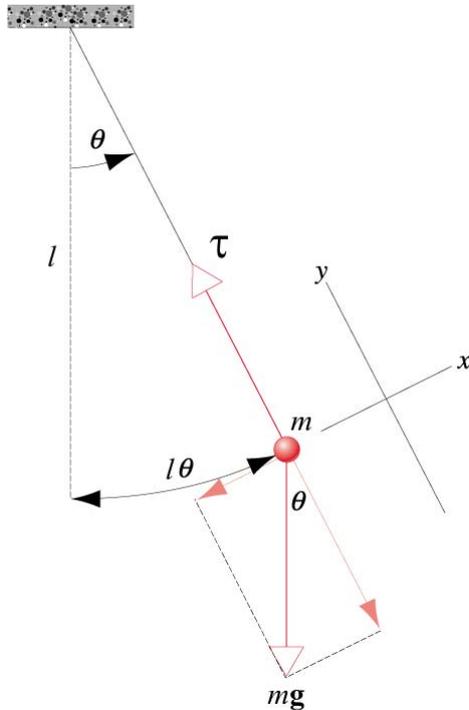
e dal confronto con la [16.13] si ricava che  $\omega^2 = \frac{k}{m}$  e quindi per la pulsazione  $\omega$  si ha

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad [16.16]$$

E, infine, combinando la [16.4] con la [16.16] si ricava l'espressione del periodo  $T$  dell'oscillatore armonico semplice:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}. \quad [16.17]$$

- ◆ **Il pendolo semplice.** Il pendolo semplice o *pendolo matematico* è un sistema ideale costituito da una massa puntiforme appesa ad un filo inestensibile e privo di massa. Quando viene spostato dalla sua posizione di equilibrio e quindi abbandonato a se stesso, il pendolo oscilla in un piano verticale sotto l'azione della forza di gravità. Il moto è periodico e noi vogliamo determinare il periodo di questo moto.



**Fig. 16.6.** Le forze che agiscono sul pendolo semplice sono la tensione  $\tau$  del filo e la forza peso  $mg$  della massa  $m$ . Sono raffigurate le componenti radiale e tangenziale di  $mg$ .

La Fig. 16.6 rappresenta un pendolo in cui la massa puntiforme vale  $m$  e il filo, di lunghezza  $l$ , forma un angolo  $\theta$  con la verticale. Le forze che agiscono su  $m$  sono la forza di gravità  $mg$ , diretta verso il basso, e  $\tau$ , la tensione del filo. Quindi per la seconda legge della dinamica si ha

$$\tau + mg = ma \quad [16.18]$$

Scegliamo una coppia di assi cartesiani, l'uno diretto lungo la tangente alla circonferenza su cui si muove la massa e l'altro lungo il raggio. Scomponendo la [16.18] lungo queste due direzioni, si ottiene:

$$\text{asse } x: -mg \sin \theta = ma_t \quad [16.19]$$

$$\text{asse } y: \tau - mg \cos \theta = ma_c \quad [16.20]$$

La componente tangenziale è la forza di richiamo su  $m$ , tendente a ricondurla verso la sua posizione di equilibrio. Le componenti radiali delle forze generano la accelerazione centripeta necessaria per far muovere la particella su un arco di circonferenza. Si noti che la forza di richiamo  $-mg \sin \theta$  è proporzionale non allo spostamento angolare  $\theta$ , bensì a  $\sin \theta$ . Il moto che ne risulta non è quindi armonico. Però, se  $\theta$  è piccolo ( $0^\circ \leq \theta \leq 30^\circ$ ),  $\sin \theta$  è praticamente uguale a  $\theta$ , espresso in radianti e, in tal caso, si parla di *piccole oscillazioni*. Quindi assumendo  $\sin \theta \cong \theta$ , dalla [16.19] si ottiene

$$-mg\theta = ma_t \quad [16.21]$$

Per piccoli angoli (*piccole oscillazioni*) il moto lungo l'arco di circonferenza è praticamente rettilineo e lo spostamento è  $x = l\theta$ , per cui la [16.21] diventa

$$-\frac{mg}{l}x = ma_t \quad [16.22]$$

da cui si ottiene

$$a_t = -\frac{g}{l}x. \quad [16.23]$$

Dal confronto della [16.23] con la [16.13], in maniera analoga a quanto visto per l'oscillatore armonico semplice, si ricava  $\omega^2 = \frac{g}{l}$  e quindi per la pulsazione  $\omega$ , la seguente espressione:

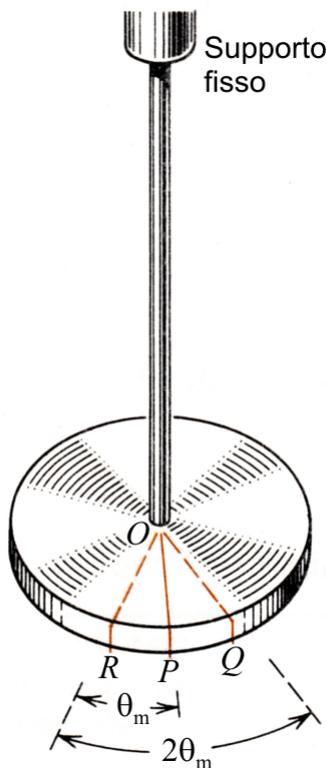
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}. \quad [16.24]$$

Infine, combinando la [16.4] con la [16.24], si arriva all'espressione del periodo  $T$  del pendolo semplice nel caso di piccole oscillazioni:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \quad [16.25]$$

Si noti che  $T$  non dipende dalla massa del pendolo.

- ◆ **Il pendolo di torsione.** Nella Fig. 16-7 è rappresentato un disco sospeso a un filo per il suo centro  $O$ . Il filo è, a sua volta, solidamente ancorato a un supporto fisso. Se si ruota il disco in un piano orizzontale di un angolo  $\theta_m$  e lo si lascia andare, esso si mette ad oscillare con un moto periodico e va a costituire un pendolo di torsione. Anche il pendolo di torsione per piccole oscillazioni si muove di moto armonico semplice.



**Fig. 16.7.** Il pendolo di torsione. La linea tracciata dal centro  $O$  a  $P$  oscilla fra  $Q$  ed  $R$ , spazzando un angolo  $2\theta_m$ , essendo  $\theta_m$ , l'ampiezza (angolare) del pendolo.

### Quesiti

- 16.8.** Confrontare l'espressione esatta del periodo dell'oscillatore armonico semplice con quella ottenibile con l'analisi dimensionale.
- 16.9.** Confrontare l'espressione esatta del periodo del pendolo semplice nel caso di piccole oscillazioni con quella ottenibile con l'analisi dimensionale.
- 16.10.** Quale deve essere la lunghezza di un pendolo semplice affinché il suo periodo sia di 1 s?
- 16.11.** Un pendolo è costituito da una sfera di massa  $m$  sospesa all'estremo di un filo di lunghezza  $l$ . Si osserva che il pendolo oscilla descrivendo un angolo di  $20^\circ$  ( $10^\circ$  da ciascun lato della verticale) con periodo  $T$ . Quale sarebbe l'effetto su  $T$  se
- la lunghezza  $l$  del filo raddoppiasse?
  - la massa  $m$  della sfera raddoppiasse?
  - l'angolo di oscillazione dimezzasse?

## Problemi di fine capitolo

- 16.12.** Un moto armonico è caratterizzato da un periodo  $T = 1.0$  s e da una ampiezza massima di 20 cm; la massa oscillante risulta di 0.200 kg e la costante elastica  $k = 16$  N/m. La massa inizia ad oscillare dalla posizione di massima ampiezza.
- Il problema così formulato contiene un dato sovrabbondante ed errato. Scoprire quale ed assegnargli il valore corretto.
  - Determinare i vettori posizione, velocità e accelerazione dopo 0.25 s e disegnarli.
  - Determinare i vettori posizione, velocità e accelerazione dopo 0.50 s e disegnarli.
  - Disegnare velocemente i grafici  $t-x$ ,  $t-v$ ,  $t-a$  facendo uso della forma caratteristica dei grafici esaminati.
  - Se la massa oscillante viene sostituita da una massa quattro volte maggiore in cosa differisce da precedente il moto armonico che si ottiene? In particolare disegna i tre grafici.
  - Se la molla viene sostituita da un'altra di costante elastica  $k_1$  quattro volte più grande di  $k$  in cosa differisce dal precedente il moto armonico che si ottiene? In particolare disegna i tre grafici.
  - Se la massa iniziasse ad oscillare dalla posizione di equilibrio quali sarebbero le nuove equazioni del moto?
- 16.13.** Quando una massa di 1 kg viene appesa ad una molla e viene lasciata scendere lentamente, la molla si allunga di 0.01 m; determinare la costante elastica della molla. La massa e la molla vengono poi poste orizzontalmente su di un piano privo di attrito sì da formare un oscillatore armonico; la massa viene spostata di 0.02 m a destra della posizione di equilibrio ed il sistema inizia ad oscillare. Determinare:
- il periodo e la frequenza;
  - le equazioni per  $x(t)$ ,  $v(t)$  e  $a(t)$  relative al suddetto moto.
- 16.14.** Un corpo di massa 1 kg si muove di moto armonico semplice lungo l'asse  $x$  con un periodo di 4 s. Calcolare il modulo della forza che agisce sul corpo a 10 cm dalla posizione di equilibrio.
- 16.15.** Un punto materiale  $P$  percorre una traiettoria circolare di raggio  $r = 3.0$  m e centro nell'origine del piano cartesiano  $x-y$  compiendo un giro in 20 s. Il punto  $P$  nell'istante  $t = 0$  passa per il punto in cui la traiettoria incontra il semiasse positivo delle ascisse.
- Trovare le equazioni del moto del punto  $H$ , proiezione di  $P$  sull'asse delle  $x$ , che oscillerà avanti e indietro di moto armonico semplice.
  - Trovare la posizione, la velocità e l'accelerazione del punto  $H$  relative agli istanti  $t = 2.5$  s,  $t = 5$  s.
- 16.16.** Il periodo di un oscillatore armonico semplice è 2.0 s. All'istante  $t = 0$ , l'oscillatore è in quiete in una posizione distante 8 cm dalla sua posizione di equilibrio. Determinare:
- la frequenza;
  - le equazioni per  $x(t)$ ,  $v(t)$ ,  $a(t)$ ;
  - la  $v$  massima e la  $a$  massima;
  - sapendo che la massa del corpo oscillante è di 0.100 kg determinare la costante elastica della molla a cui è saldato il corpo.
- 16.17.** Osservate le oscillazioni in Fig. C.
- Quali hanno la stessa frequenza?
  - Quali hanno la stessa ampiezza?
  - Quale ha periodo minore?
  - Quale ha frequenza maggiore?

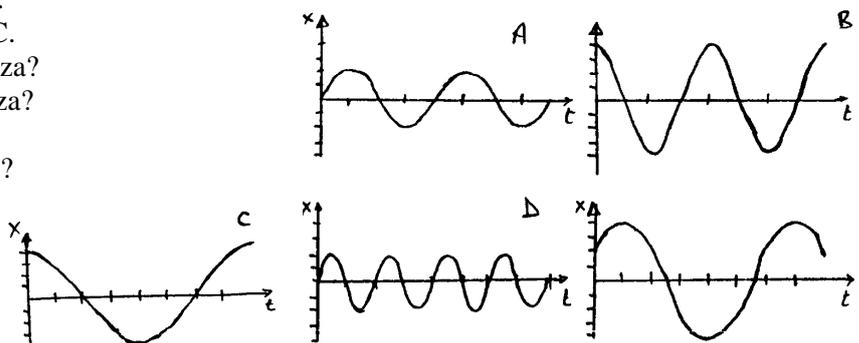


Fig. C.

- 16.18.** Disegnare i grafici  $t-v$  e  $t-a$  corrispondenti ai grafici  $t-x$  del quesito 16.17 (ovviamente da un punto di vista qualitativo).
- 16.19.** Disegnare (sempre qualitativamente) il grafico  $t-x$  per un moto armonico smorzato, cioè in presenza di attriti.
- 16.20.** Un pendolo è costituito da una massa  $m$ , attaccata ad un filo di lunghezza  $l$ . Il periodo è 1s. Quale sarà il periodo, se raddoppia la massa? E se raddoppia la lunghezza? E se si porta il pendolo sulla Luna ( $g_{Luna} = (1/6)g_{Terra}$ )?
- 16.21.** Utilizzando un semplice pendolo da voi stessi costruito (conviene prendere la lunghezza del pendolo il più possibile grande ed un numero grande di oscillazioni per misurare il periodo, perché?) provate a

misurare il valore di  $g$  nella vostra casa e se vi è possibile in montagna. Sarebbe molto opportuno prendere in considerazione anche gli errori.

- 16.22.** Fantascienza galileiana: leggete questo brano di Galilei e traetene le conclusioni: “*Parmi (discorrendo con una certa convenienza) di poter credere, che quando il globo terrestre fusse perforato per il centro, una palla d’artiglieria scendendo per tal pozzo acquisterebbe sino al centro tal impeto di velocità, che trapassato il centro la spignerebbe in su per altrettanto spazio quanto fusse stato quello della caduta, diminuendo sempre la velocità oltre il centro con decrementi simili a gl’incrementi acquistati nello scendere; ed il tempo che si consumerebbe in questo secondo moto ascendente credo che sarebbe uguale al tempo della scesa.*”
- 16.23.** Un orologio è basato su una molla oscillante, un altro su un pendolo. Entrambi sono portati sulla Luna. Segneranno la stessa ora che segnavano sulla Terra? Andranno d’accordo l’un l’altro? Spiegare.
- 16.24.** Un giocatore di tennis colpisce con la racchetta la palla in un punto situato a 5 m dalla rete e a 50 cm da terra, e la rimanda con una inclinazione sull’orizzontale di  $60^\circ$  ed una gittata di 8 m. Supponendo che non ci sia attrito:
- (a) scrivere le equazioni vettoriali per  $\mathbf{a}, \mathbf{v}, \mathbf{r}$  relative al moto della palla in un sistema di riferimento scelto;
  - (b) ricavare l’espressione della gittata;
  - (c) determinare la velocità iniziale della palla;
  - (d) nel campo avversario si trova, ad 1 m dalla rete, un altro giocatore che tenta di intercettare il tiro. Se questo può raggiungere con la racchetta i 2.5 m d’altezza, riuscirà a deviare il cammino della palla senza indietreggiare?
- 16.25.** Una palla rotolando sul pianerottolo di una scala, imbocca la scala con una velocità di 1.5m/s. I gradini sono larghi 20 cm e alti 20 cm. Quale gradino viene per primo colpito dalla palla?
- 16.26.** (a) Determinare la costante elastica equivalente di due molle collegate in parallelo.  
(b) Estendere il ragionamento a  $n$  molle collegate in parallelo.  
(c) Analizzare il caso particolare di due molle uguali collegate in parallelo.
- 16.27.** (a) Determinare la costante elastica equivalente di due molle collegate in serie.  
(b) Estendere il ragionamento a  $n$  molle collegate in serie.  
(c) Analizzare il caso particolare di due molle uguali collegate in serie.
- 16.28.** Una molla ha costante elastica  $k$ . Se si taglia la molla a metà, quale sarà la costante elastica di ciascuna mezza molla? Spiegare.
-