

17. LE LEGGI DEL MOTO DI NEWTON

17.1. Cenno storico sullo sviluppo della meccanica

È opportuno un breve cenno storico, che sarà necessariamente frammentario. Ci si propone solo lo scopo di fissare alcuni punti cruciali dello svolgimento della ricerca fisica, nell'ambito della meccanica.

17.1.1. Galileo

La meccanica come scienza fisica nasce con Galileo (1564-1642). A lui dobbiamo:

- il principio d'inerzia (con diversi precursori, fra cui Leonardo);
- il principio di relatività (idea del tutto originale);
- la legge di caduta dei gravi.

(Dialogo sui Massimi Sistemi, 1632).

Contributi non meno importanti di Galileo sono:

- l'impiego del metodo matematico;
- la visione del rapporto fra teoria ed esperienza, espressa nel motto: “sensate esperienze e certe dimostrazioni”.

(Il Saggiatore, 1623; Discorsi e Dimostrazioni Matematiche intorno a due Nuove Scienze, 1638).

Le scoperte astronomiche e l'affermazione dell'unità fra terra e cielo sono altri grandi contributi di Galileo alla scienza.

17.1.2. Newton

Il secondo punto di riferimento è Newton (1642-1727). Egli ci ha lasciato:

- l'enunciato completo delle leggi della dinamica;
- la legge di gravitazione universale;
- la spiegazione delle leggi di Keplero, delle perturbazioni dei pianeti e della Luna, dello schiacciamento terrestre, della precessione degli equinozi, dei moti delle comete ...

Tutto ciò si trova esposto nei *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, 1687.

Per la fondazione della meccanica è doveroso ricordare, fra i precursori di Newton, almeno Huygens e Hooke. Inoltre, la meccanica newtoniana non sarebbe stata possibile senza l'invenzione del calcolo differenziale, dovuta indipendentemente allo stesso Newton e a Leibniz.

I due secoli seguenti vedono grandi progressi, su cui non ci possiamo fermare:

- lo sviluppo della meccanica celeste;
- la meccanica analitica e i principi variazionali;
- l'introduzione dei concetti di momento angolare e di energia.

Tra i nomi principali di questo periodo citiamo: Laplace, Lagrange, Euler, Gauss, Hamilton, Helmholtz, Poincaré. Siamo così arrivati alla fine del XIX secolo.

17.1.3. La crisi di fine '800

La meccanica newtoniana (detta anche “meccanica classica”) non mostra difficoltà (o non le si vedono?) fino a circa un secolo fa. È lo sviluppo dell'elettromagnetismo a porre problemi insolubili, in due direzioni.

Le *onde elettromagnetiche*, la *velocità della luce*, la *massa elettromagnetica dell'elettrone*: da qui nel 1905 nasce la relatività ristretta (Einstein, 1879-1955): come precursori abbiamo Lorentz e Poincaré. Subito dopo il problema della gravitazione (come conciliarla con la relatività ristretta; il moto del perielio di Mercurio) porta Einstein alla relatività generale (1911-1916).

I *paradossi degli spettri atomici*, della *radiazione termica*, dell'*effetto fotoelettrico*: insieme col problema dei calori specifici portano invece alla meccanica quantistica (Bohr 1913; de Broglie, Heisenberg, Schrödinger, Born, Dirac 1924-1927).

17.1.4. Riflessione epistemologica

In questo corso studieremo la meccanica newtoniana, ci accosteremo alla relatività ristretta e la meccanica quantistica sarà appena sfiorata. Come si giustifica questo, se la meccanica newtoniana è “vecchia” di 300 anni?

La risposta è che la meccanica newtoniana resta comunque a base della cultura fisica, per varie ragioni:

- pratiche: in moltissimi casi è perfettamente adeguata, mentre una trattazione relativistica, o quantistica, (o peggio ancora quantorelativistica) sarebbe estremamente complicata oppure non si sa fare del tutto;

- didattiche: la meccanica newtoniana è la più vicina all’esperienza corrente;
- concettuali: i paradigmi (modelli concettuali) della fisica relativistica e quantistica, anche quando sono in drastica opposizione a quello newtoniano, ne dipendono (definizione di molte grandezze, idee di spazio e tempo, riferimenti; interpretazione operativa delle osservabili quantistiche...).

È però vero che le idee di base della meccanica newtoniana non sono rimaste statiche; oggi noi non pensiamo come Newton; la fisica moderna “retroagisce” su quella antica. Potremo renderci conto di ciò, almeno in un caso particolare, quando studieremo l’interazione tra meccanica newtoniana e relatività.

17.2. I principi della dinamica

La formulazione newtoniana della meccanica è relativamente semplice; anche se non regge bene a una critica moderna, conviene perciò partire da lì.

17.2.1. Le leggi di Newton

Per Newton esiste lo spazio assoluto, che “per sua natura senza relazione ad alcunché di esterno, rimane sempre uguale ed immobile” (e il tempo assoluto “vero, matematico, in sé e per sua natura senza relazione ad alcunché di esterno, scorre uniformemente ...”); perciò il problema della scelta di un riferimento non si pone. Già Leibniz lo critica su questo punto: per lui invece il moto si può definire solo in relazione a qualcosa. Occorre notare però che questa è ancora una posizione metafisica, non meno di quella di Newton.

1^a legge: *ogni corpo rimane nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, finché non è costretto a mutare il suo stato da forze non equilibrate agenti su di esso.*

2^a legge: *ogni corpo soggetto all’azione di una o più forze, subisce un’accelerazione direttamente proporzionale alla forza risultante e con la stessa direzione e lo stesso verso di questa.* $\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a}$

Osservazione 1: $\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a}$ è una legge *vettoriale*, ossia la stessa relazione vale sia quando la forza agisce nella direzione della velocità (e ha per effetto di cambiarne il modulo) sia quando agisce in direzione normale (e perciò cambia la direzione della velocità). Già nel moto dei pianeti entrano in gioco entrambi gli effetti: dato che la traiettoria è eccentrica, la forza di attrazione del Sole ha in generale tanto una componente tangenziale (che fa aumentare o diminuire la velocità del pianeta) quanto una componente normale (che cambia la direzione del moto, ossia incurva la traiettoria) (Fig. 17.1).

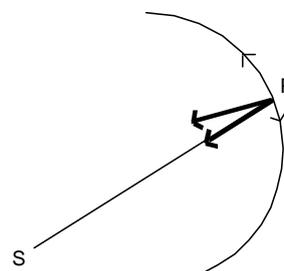


Fig. 17.1.

Osservazione 2: Newton enuncia così la 2^a legge: $\mathbf{F} = \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t} = \frac{\Delta(m\mathbf{v})}{\Delta t}$, la

variazione della quantità di moto è causata dalla forza agente. Questa formulazione è già relativistica: Einstein cambierà solo l’espressione di \mathbf{p} in funzione di \mathbf{v} .

3^a legge: *Nell’interazione fra due corpi, le forze formano sempre una “coppia di braccio nullo”:* non solo $\mathbf{F}_{AB} = -\mathbf{F}_{BA}$, ma le forze hanno la direzione di AB (Fig. 17.2). In termini più semplici: le forze nascono sempre a coppie, ossia le forze di interazione tra due corpi sono sempre uguali tra loro in modulo e direzione e hanno versi opposti.

Dal punto di vista operativo è bene enunciare la 3^a legge nel seguente modo:

Se un corpo A esercita una forza \mathbf{F}_{BA} su un corpo B allora anche B esercita una forza $\mathbf{F}_{AB} = -\mathbf{F}_{BA}$ su A.

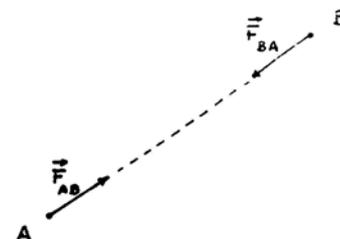


Fig. 17.2.

Osservazione 1: A seconda dei casi, le forze tra due corpi possono essere *a contatto* (esempio: nell’urto di due palle da biliardo), oppure *a distanza* (es. la forza di gravità). Le forze a contatto sono applicate ai due corpi dove questi si toccano, quindi praticamente nello stesso punto geometrico; quello a distanza invece agiscono in punti anche molto lontani.

Osservazione 2: Nella meccanica relativistica dovremo abbandonare la 3^a legge come uguaglianza di azione e reazione per le forze a distanza, mentre potremo mantenerlo nella forma di principio di conservazione.

Dalla sola lettura dei tre enunciati appare chiaro che le leggi di Newton si occupano di *forze*. Tutti noi abbiamo un'idea intuitiva del termine "forza": consideriamo infatti la forza come una spinta o una trazione, analoga a quella esercitata dai nostri muscoli per mettere in moto o per fermare un oggetto, e ci riteniamo capaci di distinguere, almeno approssimativamente, quale tra due forze sia maggiore o minore. Questo concetto intuitivo di forza, adatto al linguaggio quotidiano, non soddisfa però le esigenze di rigore e univocità che caratterizzano il linguaggio scientifico. Per soddisfare questa esigenza di rigore che è alla base della possibilità di comprendere a fondo le leggi di Newton, la dinamica che si studia oggi non è esattamente quella formulata da Newton.

Le leggi del moto infatti, nella loro formulazione originaria, presuppongono una concezione dello spazio e del tempo assai diversa da quella attuale. Nonostante il loro grande potere esplicativo, esse presentano inoltre alcune *incoerenze di tipo logico* che scienziati e filosofi posteriori a Newton hanno messo in evidenza e cercato progressivamente di eliminare.

Non è però il caso di farsene un problema: la questione può essere molto interessante da un punto di vista teorico, o per chi abbia come proprio campo d'indagine la critica dei fondamenti della fisica; ma da un punto di vista pratico oggi, dopo tre secoli, la validità delle leggi di Newton è fuori questione (e ne conosciamo bene anche i limiti).

Il nostro obiettivo è di imparare ad utilizzarle come schema esplicativo e predittivo del movimento, cioè come schema per spiare e prevedere le caratteristiche del moto dei corpi e rendersi conto delle incongruenze e dei circoli viziosi insiti in essi.

17.2.2. La prima legge del moto

Nella formulazione della prima legge del moto si afferma che: **ogni corpo rimane nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, finché non è costretto a mutare il suo stato da forze agenti su di esso non equilibrate**. A prima vista questo primo principio appare semplice da comprendere e immediato da utilizzare. Esso afferma che i corpi che si trovano in quiete o che si stanno muovendo di moto rettilineo uniforme, modificano questo stato solo quando su di essi agiscono una o più forze. Per Newton, quindi, la quiete e il moto rettilineo uniforme risultano determinati dall'assenza di forze o dalla presenza contemporanea di più forze con risultante nulla.

In altri termini la prima legge del moto afferma che **gli stati di quiete e di moto rettilineo uniforme sono equivalenti dal punto di vista delle cause che li producono**: essi sono entrambi moti non accelerati, determinati dalla presenza di forze con risultante nulla.

Si osservi che la formulazione newtoniana della prima legge del moto è in netto contrasto con le affermazioni aristoteliche secondo cui ogni moto, compreso quello rettilineo uniforme, diverso da quello naturale o dalla quiete, avviene per effetto dell'azione di una o più forze (vedi par. 10.1 pag. 135).

Vista sotto un altro aspetto la prima legge del moto afferma che se il moto di un corpo è accelerato su di esso deve agire in un qualche modo una forza esterna (Fig. 17.3).

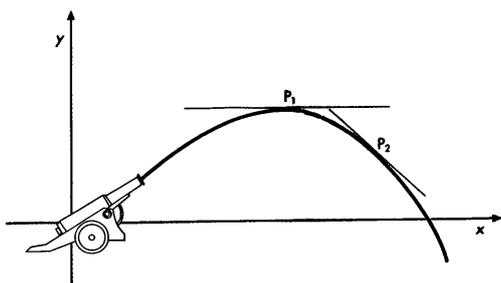


Fig. 17.3. Un proiettile sparato da un cannone, descrive una traiettoria curva: il suo moto è quindi accelerato. In base alla prima legge della dinamica, su un corpo accelerato deve agire una forza. Se, a partire da un istante qualunque, per esempio quello in cui il proiettile si trova in P_1 non agisse più alcuna forza, la traiettoria sarebbe rettilinea.

La legge però, da sola, non aiuta a scoprire il valore di questa forza o la sua origine: essa quindi non può essere utilizzata per definire operativamente la forza.

Infatti, tra i termini che compaiono nella formulazione della prima legge, è proprio il termine "forza" l'unico di cui non si sa dire altro, se non quello che la legge stessa afferma.

La prima legge cioè, definisce "in negativo" le forze come quelle grandezze che, se agiscono su un corpo in modo che sia nulla la loro risultante, determinano uno dei due stati equivalenti di quiete o di moto rettilineo uniforme.

Pur nella sua genericità, tuttavia, essa è in grado di fornire informazioni, non deducibili da altre teorie, sullo stato dinamico dei corpi. Afferma infatti che su un corpo deve agire una forza se esso devia dalla sua traiettoria rettilinea, se si mette in moto da fermo, se rallenta, se si ferma o se, in un qualunque modo, il suo vettore velocità in un istante è diverso dal vettore velocità in un istante successivo.

In base a quanto detto, sembrerebbe piuttosto semplice verificare la prima legge: basterebbe *eseguire misure della posizione di un corpo in diversi istanti e verificare se esse corrispondono o meno a uno stato di quiete o di moto rettilineo uniforme*. In caso affermativo potremmo sentirci autorizzati ad affermare che sul corpo stanno agendo forze con risultante nulla.

È facile tuttavia rendersi conto - poiché i parametri che descrivono il movimento vanno sempre riferiti ad un determinato sistema di riferimento - che **un corpo che si muova di moto non accelerato rispetto a un certo sistema di riferimento, non risulterà necessariamente in moto non accelerato in ogni sistema di riferimento.** (Esempio dell'esperimento del disco a cuscino d'aria effettuato all'interno di un treno, una nave, un aereo,...)

Solo in alcuni sistemi di riferimento quindi, che chiameremo d'ora in poi *inerziali* (e indicheremo con *s.r.i.*), i corpi si comportano nel modo descritto dalla prima legge, modificando il loro stato di quiete o di moto rettilineo uniforme quando su di essi agiscono forze con risultante non nulla; in altri sistemi di riferimento invece, la prima legge del moto non è valida.

Domanda: nell'esperimento del disco a cuscino d'aria effettuato all'interno di un treno, in quali occasioni possiamo ipotizzare che il treno sia un *s.r.i.* e in quali no?

Di conseguenza il contenuto della prima legge necessita di ulteriori specificazioni se non si vuole cadere in un circolo vizioso. Infatti, per poter dedurre che su un corpo in quiete o in moto rettilineo uniforme stanno agendo forze con risultante nulla, occorre precedentemente essersi assicurati, con criteri diversi da quelli della prima legge, di essere in un sistema di riferimento inerziale.

In caso contrario si dovrebbe dire che la prima legge vale solo in quei sistemi di riferimento in cui vale! E ciò, come ben si vede, non spiega assolutamente nulla. Per evitare che la prima legge si riduca a una vuota tautologia¹, occorrerà riaffrontare il problema dei criteri che permettono di stabilire quando un sistema è inerziale e quando non lo è.

17.2.3. Lo spazio assoluto e il tempo assoluto della fisica newtoniana

Poiché la prima legge del moto appare valida solo nei sistemi di riferimento inerziali, occorre un criterio per distinguere, tra tutti i possibili sistemi di riferimento, quelli inerziali da quelli non inerziali. Questo criterio, come già sottolineato, non deve essere basato sull'utilizzo della prima legge. Questa, altrimenti, si ridurrebbe ad affermare che un corpo in quiete o in *m.r.u.* in un sistema, non sta accelerando; affermazione corretta ma sostanzialmente inutile².

Newton stesso si era reso conto del problema, ma, poiché riteneva che lo spazio e il tempo, grandezze fondamentali nello studio del movimento dei corpi, fossero un qualcosa di assoluto, preesistente ed indipendente dai corpi, li utilizzava come una specie di scenario che serviva da sfondo ai fenomeni reali. In questo modo ammetteva implicitamente per via ipotetica, l'esistenza di un sistema di riferimento privilegiato assoluto e inerziale, rispetto al quale la prima legge aveva senso. Affermava infatti nei *Principia Mathematica*:

"...Il tempo assoluto, vero, matematico, in sé e per sua natura, senza riferimento ad alcun oggetto esterno, scorre uniformemente, esso è chiamato anche col nome di durata ... il tempo relativo, apparente e volgare, è una misura sensibile ed esterna, esatta o inesatta, della durata, comunemente usata al posto del tempo vero ... è possibile che non esista alcun moto uniforme per mezzo del quale misurare con precisione il tempo, che tutti moti siano accelerati o ritardati, ma lo scorrere del tempo assoluto non subisce variazioni..."

"...Lo spazio assoluto resta, per sua natura e senza relazione ad alcun oggetto esterno, sempre uguale ed immobile. Lo spazio relativo è una misura o dimensione mobile del primo, che i nostri sensi definiscono mediante la sua posizione rispetto ad altri corpi, ed è comunemente preso al posto dello spazio immobile..."

Di conseguenza un moto era "davvero" rettilineo uniforme o accelerato, se risultava tale rispetto allo spazio assoluto; in caso contrario le caratteristiche del moto dovevano essere spiegate con gli effetti indotti dal movimento (rispetto allo spazio assoluto) del sistema di riferimento in cui venivano effettuate le osservazioni. Newton non considerava lo spazio e il tempo assoluti come una comoda finzione per rendere logicamente coerenti le leggi del moto, al contrario era convinto della loro effettiva esistenza e della possibilità di utilizzarli per distinguere tra moti "*assoluti*" e moti "*relativi*".

Le teorie e le scoperte rese possibili dalle leggi di Newton, evidenziarono, con lo sviluppo della fisica, che lo spazio e il tempo assoluti della fisica newtoniana non sono logicamente necessari per la formulazione delle leggi della dinamica. Nel 1916 infatti, Einstein, con la teoria della relatività generale, riuscì a fornire

¹ Un'affermazione sempre vera è chiamata tautologia. È una tautologia la frase "la prima legge del moto vale nei sistemi di riferimento inerziali, i quali sono quei sistemi in cui vale la prima legge del moto". L'inconfutabilità di una tautologia ne rende nullo il valore informativo. È come se nelle previsioni meteorologiche si dicesse "domani pioverà o non pioverà".

² L'enunciato della prima legge del moto è stato oggetto di numerosi attacchi, più o meno ironici. Secondo il fisico inglese Eddington, un possibile enunciato è il seguente: "un corpo persevera nel proprio stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, fino a quando non fa diversamente".

una spiegazione di una classe di fenomeni più ampia di quella analizzabile secondo le tre leggi della dinamica newtoniana, basata sulla negazione dello spazio e del tempo assoluti, in quanto entità metafisiche.

17.2.4. Una possibile formulazione della prima legge del moto

Per eliminare il circolo vizioso inestricabilmente connesso con l'enunciato newtoniano della prima legge della dinamica, adotteremo il criterio di esplicitare le condizioni logiche che permettono di considerare la prima legge una legge e non una tautologia.

A differenza di Newton, tuttavia, diremo che le leggi del moto sono basate su alcune assunzioni che non siamo in grado di provare, e di cui tuttavia non possiamo fare a meno. Chiarito questo modo di procedere formuliamo allora il seguente assioma:

(A) Un corpo molto lontano da altri corpi risente della loro influenza in modo trascurabile.

L'enunciato appena formulato costituisce un assioma perché ciò che esso afferma non è in alcun modo verificabile in maniera assoluta. A tutt'oggi infatti, è ancora impossibile porci nella condizione di studiare un corpo "molto lontano da altri corpi", ammesso tra l'altro che ne esista uno.

(B) Si definiscono inerziali tutti quei sistemi di riferimento rispetto ai quali un corpo non soggetto a forze o si muove di moto rettilineo uniforme o è in quiete.

Questa definizione, che non è vuota perché in base all'assioma esiste almeno un sistema di riferimento (quello costituito da un corpo molto lontano da altri corpi) in cui un corpo non è soggetto a forze, ci permette di formulare, senza più nessuna ambiguità logica, la *prima legge della dinamica*.

In un sistema di riferimento inerziale, un corpo su cui non agiscono forze o agiscono forze con risultante nulla o è in quiete o si muove di moto rettilineo uniforme.

In base a questa legge, se le misure sulla posizione di un corpo in vari istanti ci informano che esso sta accelerando, possiamo dedurne due cose: **o che il sistema di riferimento non è inerziale, o che il sistema di riferimento è inerziale ma il corpo è sottoposto a una o più forze con risultante diversa da zero.**

Abbiamo quindi un modo operativo per stabilire se un sistema di riferimento è un s.r.i.

17.2.5. Il sistema di riferimento inerziale secondo la fisica moderna (Einstein)

Meno di un mese dopo la resa di Appomattox finiva la guerra civile americana (1861-65), lo scrittore francese Jules Verne iniziava a scrivere *Il viaggio dalla Terra alla Luna e Il viaggio attorno alla Luna*. Un grande cannone viene gettato in un pozzo scavato nella Florida, con la bocca rivolta verso il cielo. Da questo cannone viene sparato un proiettile di 10 tonnellate contenente tre uomini e diversi animali. Appena il proiettile vola, senza ulteriore spinta di motori, verso la Luna i suoi passeggeri passeggiano normalmente all'interno del proiettile nella parte più vicina alla Terra. Man mano che il viaggio prosegue, i passeggeri sono spinti sempre di meno contro il pavimento della navicella spaziale fintantoché, nel punto in cui la Terra e la Luna esercitano forze di attrazione gravitazionale uguali ma opposte per tutti gli oggetti, i passeggeri fluttuano liberi dal pavimento. Più tardi, man mano che la navicella si avvicina alla Luna, essi camminano di nuovo, ma ora contro il lato della navicella spaziale più vicino alla Luna. All'inizio del viaggio uno dei cani della navicella era morto per delle ferite riportate al momento del lancio. I passeggeri, che si erano disfatti dei resti dell'animale attraverso un portello nella parete della navicella, scoprono che il corpo continua a fluttuare fuori dal finestrino durante l'intero viaggio.

Questo racconto porta ad un paradosso di importanza cruciale. Verne pensava che fosse ragionevole che, durante la prima parte del viaggio, la forza di attrazione gravitazionale della Terra tenesse un passeggero pigiato contro il lato della navicella rivolto verso la Terra. Egli pensava che fosse ragionevole pure che il cane rimanesse vicino alla navicella, dal momento che entrambi, navicella e cane, indipendentemente seguono lo stesso percorso nello spazio. Ma se il cane fluttua al di fuori della navicella per l'intero percorso, perché i passeggeri non fluttuano dentro la navicella spaziale? Se la navicella fosse segata in due i passeggeri fluttuerebbero liberamente, ora che sono "fuori"?

La nostra esperienza con i voli spaziali attuali permette di risolvere questo paradosso. Jules Verne era in errore a riguardo del moto dei passeggeri all'interno della navicella spaziale. Come il cane all'esterno della navicella, il passeggero all'interno indipendentemente segue lo stesso percorso attraverso lo spazio, della navicella spaziale stessa. Per cui egli fluttua liberamente relativamente alla navicella durante l'intero viaggio. È vero che il campo gravitazionale terrestre agisce sul passeggero. Ma esso agisce pure sulla navicella

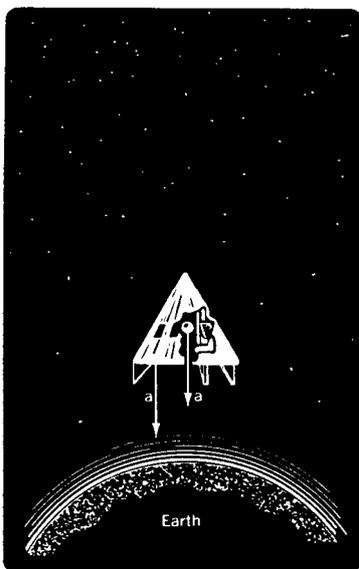


Fig. 17.4.

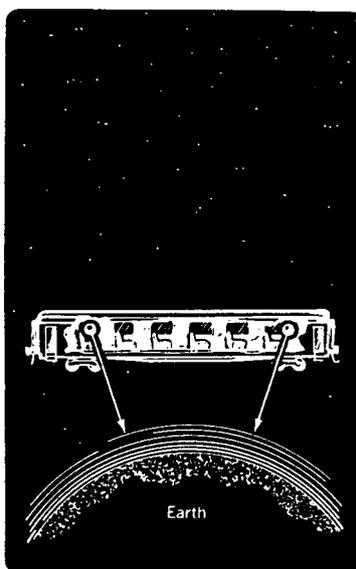


Fig. 17.5.

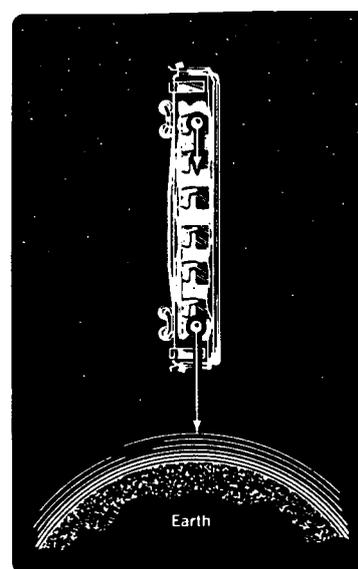


Fig. 17.6.

spaziale. Infatti, rispetto alla Terra, l'accelerazione della navicella spaziale nel campo gravitazionale terrestre è esattamente uguale all'accelerazione del passeggero nel campo gravitazionale terrestre. A causa dell'uguaglianza di queste accelerazioni non ci sarà accelerazione relativa tra passeggeri e navicella spaziale. Così la navicella serve come sistema di riferimento ("un sistema di riferimento inerziale") relativamente al quale il passeggero non rileva alcuna accelerazione.

Dire che l'accelerazione del passeggero relativamente alla navicella è zero non vuol dire che la sua velocità relativamente ad essa è necessariamente nulla. Il passeggero può essere saltato dal pavimento o essere rimbalzato dalla parete scagliandosi così attraverso lo spazio della navicella fino ad urtare la parete opposta. Il caso in cui il passeggero ha velocità iniziale nulla rispetto alla navicella è tuttavia di particolare interesse perché egli continuerà ad avere velocità nulla rispetto alla navicella per tutto il tempo successivo. Il passeggero e la navicella seguiranno cammini identici attraverso lo spazio. Anche se il passeggero non potesse controllare il suo moto o addirittura tenesse gli occhi chiusi, pur essendo in movimento non toccherebbe la parete di fronte. Come si potrebbe eliminare meglio l'influenza della gravità!

Una moderna navicella spaziale con a bordo un passeggero viene lanciata verticalmente dalla Terra, sale e ricade verso la Terra (Fig. 17.4). (Il passeggero di un ascensore prova con buona approssimazione questo tipo di caduta se il cavo dell'ascensore si strappa!). Si sceglie questa navicella spaziale in caduta libera come il miglior sistema di riferimento possibile in cui fare della fisica. Questo sistema di riferimento è migliore perché, tra le altre cose, le leggi del moto di una particella sono semplici in un veicolo spaziale in caduta libera. Una particella libera a riposo in questa navicella rimane a riposo. Se alla particella viene data una leggera spinta, essa si muoverà attraverso la navicella in linea retta con velocità costante. Ulteriori esperimenti mostrerebbero che tutte le leggi della meccanica possono essere espresse semplicemente rispetto alla navicella spaziale in caduta libera. Una tale navicella spaziale che sale o cade liberamente – o più in generale si muove liberamente nello spazio – costituisce un **sistema di riferimento inerziale**.

Dalla superficie della Terra diamo, ora, uno sguardo alla navicella spaziale in caduta libera. C'è una ragione semplice del perché una particella libera a riposo relativamente alla navicella spaziale rimanga a riposo in essa. Questa ragione è che, rispetto alla superficie della Terra, la particella e la navicella spaziale cadono entrambe con la stessa accelerazione (Fig. 17.4). È a causa di questa uguale accelerazione che le posizioni relative della particella e della navicella spaziale non cambiano se la particella è inizialmente a riposo nella navicella.

La definizione di un sistema inerziale richiede che non si devono sentire in esso né forze gravitazionali né forze di altro tipo. Se un tale sistema di riferimento è una navicella spaziale prossima alla Terra, non può essere molto grande, perché delle particelle che fossero molto distanti al suo interno sentirebbero gli effetti della non uniformità del campo gravitazionale terrestre. Per esempio, due particelle abbandonate a se stesse ai lati opposti del veicolo spaziale saranno attratte ognuna verso il centro della Terra in modo tale da avvicinarsi se osservate dalla navicella spaziale in caduta (Fig. 17.5). Come altro esempio, si pensi a due particelle che vengono rilasciate da parti opposte, mentre sono disposte verticalmente una sopra all'altra (Fig. 17.6). Le loro accelerazioni gravitazionali verso la Terra avranno la stessa direzione. Ciononostante la particella più vicina alla Terra lentamente lascerà indietro l'altra: le due particelle si distanzieranno sempre più man mano che la navicella cade. In entrambi questi due esempi relativi ad una grande navicella spaziale, le leggi della meccanica non sono semplici: una navicella spaziale grande non è un sistema inerziale.

Noi vogliamo che le leggi della meccanica siano semplici nella navicella. Pertanto vogliamo eliminare tutte le accelerazioni relative dovute a cause esterne. Per “eliminare” si intende ridurre queste accelerazioni sotto il limite di rilevazione così che esse non possano interferire con le più importanti accelerazioni che si vuole studiare, come ad esempio quelle prodotte durante l’urto tra due particelle. Tutto ciò può essere fatto scegliendo una navicella spaziale sufficientemente piccola. Più sarà piccola la navicella, minori saranno le accelerazioni relative degli oggetti in differenti punti dello spazio nella navicella. Mettiamo che qualcuno abbia degli strumenti per la rilevazione di accelerazioni relative con un dato grado di sensibilità. Non importa quanto sia fine quella sensibilità, lo spazio della navicella deve essere reso tanto ristretto che queste accelerazioni relative perturbanti siano troppo piccole per essere rilevate. *Entro questi limiti di sensibilità* la navicella spaziale sarà allora un **sistema di riferimento inerziale**.

Quand’è che una navicella spaziale o un altro veicolo si può considerare piccolo abbastanza da essere chiamato sistema di riferimento inerziale? Oppure, quand’è che l’accelerazione relativa di particelle libere ai lati opposti di un veicolo saranno troppo esigue per essere misurate? Analizzare le condizioni all’interno di un veicolo servirà ad illustrare queste considerazioni. Una carrozza ferroviaria lunga 25 m viene lasciata cadere in posizione orizzontale da un’altezza di 250 m dalla superficie della Terra (Fig. 17.5). Il tempo dal rilascio all’impatto è di circa 7 s. Delle piccole sfere per cuscinetto, inizialmente ferme, vengono rilasciate – a mezz’aria – da parti opposte della carrozza. Quindi durante il tempo di caduta, esse si muoveranno una verso l’altra, di un tratto di 10^{-3} m – pari allo spessore di 9 pagine di un libro – a causa del fatto che la Terra le attira secondo direzioni differenti. Come altro esempio si assume che la stessa carrozza ferroviaria sia lasciata cadere in posizione verticale, e che l’estremità più in basso della carrozza sia inizialmente 250 m sopra la superficie della Terra (Fig. 17.6). Di nuovo due sferette per cuscinetto vengono rilasciate da ferme da parti opposte della carrozza. In questo caso durante il tempo di volo, le sferette si separeranno di un tratto di 2×10^{-3} m a causa della maggiore accelerazione gravitazionale della sferetta più vicina alla Terra. In entrambi questi esempi l’apparecchiatura di misura usata nella carrozza deve avere una sensibilità appena minore di quella richiesta per rilevare il moto relativo delle due sferette. Quindi con un’apparecchiatura con tale grado di sensibilità, ed entro il limitato tempo di osservazione, la carrozza ferroviaria – o, per usare l’esempio precedente, la navicella spaziale in caduta libera – funge da sistema di riferimento inerziale. Se la sensibilità dell’apparecchiatura viene aumentata, allora la navicella spaziale non è più un sistema di riferimento inerziale a meno che non vengano fatti dei cambiamenti. O il dominio di 25 m in cui vengono fatte le osservazioni deve essere ridotto, o il tempo di osservazione deve essere diminuito. O, come ultima alternativa, l’intero apparato deve essere lanciato per mezzo di un razzo in una regione dello spazio in cui non è possibile misurare la “differenza nell’accelerazione gravitazionale” tra un lato e l’altro della carrozza – come si usa dire. Secondo un altro modo di dire, le accelerazioni delle particelle relative alla carrozza devono essere troppo piccole per essere percepite. *Queste accelerazioni relative possono essere misurate dall’interno della carrozza senza fare osservazioni verso l’esterno*. Solamente quando queste accelerazioni relative saranno troppo piccole per essere rilevate si avrà un sistema di riferimento rispetto a cui le leggi del moto saranno semplici – un **sistema di riferimento inerziale**.

Un sistema di riferimento viene detto essere inerziale in una certa regione dello spazio e del tempo se, da un capo all’altro di quella regione dello spaziotempo, e entro una qualche specificata precisione degli strumenti di misura, ogni particella di prova, non soggetta a forze o a forze con risultante nulla, che è inizialmente a riposo rimane a riposo, e ogni particella di prova che è inizialmente in movimento continua quel moto senza cambiamenti nella intensità della velocità e nella direzione.

In termini di questa definizione, i sistemi inerziali sono necessariamente sempre locali, cioè inerziali in una regione limitata dello spaziotempo.

“*Regione dello spaziotempo*”. Qual è il significato preciso di questo termine? La lunga e stretta carrozza ferroviaria dell’esempio serviva come mezzo per sondare lo spaziotempo per un tratto di tempo limitato e in una o l’altra direzione dello spazio. Essa può essere orientata o nord–sud, o est–ovest, o su–giù. In qualunque orientamento può essere misurata l’accelerazione relativa delle sferette rilasciate alle due estremità. Per tutte e tre le suddette direzioni – e per tutte le direzioni intermedie – dovrà risultare dai calcoli che la deriva relativa delle due particelle di prova è metà o meno della minima grandezza rilevabile. Quindi in ogni parte di un cubo di spazio di 25 m di lato e per un intervallo di tempo di 7 s, le particelle di prova che si muovono in un modo qualsiasi si dovranno allontanare dal moto rettilineo per un ammontare non rilevabile.

Sarebbe impossibile definire un sistema di riferimento inerziale se non fosse per una caratteristica peculiare della natura: particelle di diverse dimensioni, forme, e materiali nello stesso luogo tutte cadono con la stessa accelerazione verso la Terra. Se non fosse così, un osservatore all’interno di una navicella

spaziale in caduta noterebbe una accelerazione relativa tra le differenti particelle anche se esse fossero tutte vicine; in tal caso almeno alcune delle particelle inizialmente a riposo non rimarrebbero a riposo; cioè, lo spazio della navicella non sarebbe un sistema di riferimento inerziale secondo la definizione. Quanto siamo certi del fatto che particelle poste nello stesso luogo, ma fatte di differenti sostanze tutte cadano verso la Terra con la stessa accelerazione? Secondo quanto si racconta Galilei lasciò cadere delle sfere fatte di diversi materiali dalla Torre Pendente di Pisa per verificare questa ipotesi. Nel 1922 il barone Roland von Eötvös controllò con una accuratezza di 5 parti su 10^9 che la Terra impartisce la stessa accelerazione al legno ed al platino. Più recentemente Robert H. Dicke ha fatto notare che il Sole è più adatto della Terra come sorgente per l'accelerazione gravitazionale che si vuol misurare. L'alternanza ogni 12 ore della direzione di attrazione del Sole si presta ad una fantastica amplificazione per risonanza. Cilindri di alluminio ed oro sentono accelerazioni dovute al Sole ($5.9 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$) che sono le stesse entro 3 parti su 100 mila milioni (3 su 10^{11}), secondo R. H. Dicke e Peter G. Roll. Questa è una delle più sensibili verifiche di un principio fisico fondamentale di tutta la Fisica: l'identità dell'accelerazione prodotta dalla gravità per ogni genere di particelle di prova.

Segue da questo principio che una particella fatta di un materiale qualsiasi può essere usata per determinare se un dato sistema di riferimento è inerziale. Un sistema di riferimento che è inerziale per un tipo di particella di prova sarà inerziale per qualsiasi genere di particella di prova.

Esempi da discutere:

- a - navicella a motori spenti negli spazi siderali;
- b - navicella in caduta libera nei pressi di un pianeta;
- c - navicella in rotazione attorno ad un pianeta;
- d - treno su una traiettoria rettilinea con v costante;
- e - la Terra;
- f - la nostra Galassia;

17.2.6. Il principio di relatività di Galileo

Tutti i sistemi di riferimento S' in quiete o in moto rettilineo uniforme rispetto ad un sistema di riferimento inerziale S sono sistemi di riferimento inerziali.

Questo è un fatto molto importante! È l'esperienza che lo conferma!

Adirittura, se stiamo sopra un s.r.i., c'è l'impossibilità di determinare lo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme di quel s.r.i. rispetto ad un altro s.r.i. eseguendo qualsiasi tipo di esperimento meccanico al suo interno (senza guardare attraverso l'oblò). È questa una prima formulazione del **principio di relatività**.

Il principio di relatività è un punto di partenza essenziale. Nessun insegnamento della fisica è possibile senza che sia prima stato capito chiaramente che cos'è il principio di relatività secondo Galileo; in primo luogo per la corretta collocazione storica, in secondo luogo perché solo se la relatività galileiana è chiara, si potrà capire la differenza tra il principio di relatività di Galileo e quello di Einstein, alla base della teoria della relatività ristretta.

Galileo enuncia il principio di relatività nel *Dialogo sui Massimi Sistemi*, e lo illustra in un brano che dovrebbe avere nel nostro sistema educativo un posto non meno essenziale dei *Promessi Sposi*. Per questo motivo viene qui riportato:

Dal *Dialogo sui Massimi Sistemi*, giornata seconda

Salviati: *Riserratevi con qualche amico nella maggiore stanza che sia sotto coverta di alcun gran navilio, e quivi fate d'aver mosche, farfalle e simili animalletti volanti; siavi anco un gran vaso d'acqua, e dentrovi de' pescetti; suspendasi anco in alto qualche secchiello, che a goccia a goccia vadia versando dell'acqua in un altro vaso di angusta bocca, che sia posto a basso: e stando ferma la nave, osservate diligentemente come quelli animalletti volanti con pari velocità vanno verso tutte le parti della stanza; i pesci si vedranno andar notando indifferentemente per tutti i versi; le stille cadenti entreranno tutte nel vaso sottoposto; e voi, gettando all'amico alcuna cosa, non più gagliardamente la dovrete gettare verso quella parte che verso questa, quando le lontananze sieno eguali; e saltando voi, come si dice, a piè giunti, eguali spazii passerete verso tutte le parti. Osservate che avrete diligentemente tutte queste cose, benché niun dubbio ci sia che mentre il vascello sta fermo non debbano succeder così; fate muover la nave con quanta si voglia velocità: ché (pur che il moto sia uniforme e non fluttuante in qua e in là) voi non riconoscerete una minima*

mutazione in tutti li nominati effetti, né da alcuno di quelli potrete comprender se la nave cammina o pure sta ferma: voi saltando passerete nel tavolato i medesimi spazii che prima, né, perché la nave si muova velocissimamente, farete maggior salti verso la poppa che verso la prua, benché, nel tempo che voi state in aria, il tavolato sottopostovi scorra verso la parte contraria al vostro salto; e gettando alcuna cosa al compagno, non con più forza bisognerà tirarla, per arrivarlo, se egli sarà verso la prua e voi verso poppa, che se voi fuste situati per l'opposito; le gocciole cadranno come prima nel vaso inferiore, senza caderne pur una verso poppa, benché, mentre la gocciola è per aria, la nave scorra molti palmi; i pesci nella lor acqua non con più fatica noteranno verso la precedente che verso la susseguente parte del vaso, ma con pari agevolezza verranno al cibo posto su qualsivoglia luogo dell'orlo del vaso; e finalmente le farfalle e le mosche continueranno i lor voli indifferentemente verso tutte le parti, né mai accaderà che si riduchino verso la parte che riguarda la poppa, quasi che fussero stracche in tener dietro al veloce corso della nave, dalla quale per lungo tempo, trattenendosi per aria, saranno state separate; e, se abbruciando alcuna lagrima d'incenso si farà un poco di fumo, vedrassi ascender in alto ed a guisa di nugetta trattenervisi, e indifferentemente muoversi non più verso questa che quella parte.

E di tutta questa corrispondenza d'effetti ne è cagione l'esser il moto della nave comune a tutte le cose contenute in essa ed all'aria ancora, che perciò dissi io che si stesse sotto coverta; ché quando si stesse di sopra e nell'aria aperta e non seguace del corso della nave, differenze più e ben notabili si vedrebbero in alcuni degli effetti nominati: e non è dubbio che il fumo resterebbe in dietro, quanto l'aria stessa; le mosche parimenti e le farfalle, impedita dall'aria, non potrebbero seguir il moto della nave, quando da essa per spazio assai notevole si separassero; ma trattenendovisi vicine, perché la nave stessa, come di fabbrica anfrattuosa, porta seco parte dell'aria sua prossima, senza intoppo o fatica seguirebbon la nave; e per simil cagione veggiamo tal volta, nel correr la posta, le mosche importune e i tafani seguir i cavalli, volandogli ora in questa ed ora in quella parte del corpo; ma nelle gocciole cadenti pochissima sarebbe la differenza, e nei salti e nei proietti gravi, del tutto impercettibile.

Sagredo: Queste osservazioni, ancorché navigando non mi sia caduto in mente di farle a posta, tuttavia son più che sicuro che succederanno nella maniera raccontata: in confermazione di che mi ricordo essermi cento volte trovato, essendo nella mia camera, a domandar se la nave camminava o stava ferma, e tal volta, essendo sopra fantasia, ho creduto che ella andasse per un verso, mentre il moto era al contrario.

Malgrado le più diligenti ricerche nessuno ha trovato sinora qualche violazione al **principio di relatività**:

Tutte le leggi della meccanica (fisica) sono le stesse in ogni sistema di riferimento inerziale e le più semplici possibili.

Il principio di relatività ci dice che una volta che le leggi della meccanica (fisica) sono state derivate in un sistema di riferimento inerziale, esse possono essere applicate senza modifiche in qualsiasi altro sistema di riferimento inerziale. Sia la **forma** delle leggi della fisica che i **valori numerici delle costanti fisiche** che queste leggi contengono **sono gli stessi** in ogni sistema di riferimento inerziale. Tutti i sistemi inerziali sono equivalenti in termini di ogni legge della fisica.

Ciò significa che osservatori inerziali diversi misureranno le stesse accelerazioni e dedurranno quindi la presenza delle stesse forze.

Le leggi della dinamica cioè, sono costituite in modo da trasformarsi in leggi che hanno esattamente la stessa forma, quando al posto delle variabili temporali x, y, z, t di un sistema di riferimento S , si sostituiscano le variabili x', y', z', t' di un sistema di riferimento S' , in moto rettilineo uniforme rispetto a S . Per meglio chiarire il concetto di invarianza in forma, si consideri la situazione rappresentata in Fig. 17.7. In essa è mostrato un proiettile che viene lanciato da una piattaforma, ferma rispetto al terreno, con velocità iniziale \mathbf{v}_0 . L'osservatore S , fermo rispetto al terreno, vedrà il proiettile

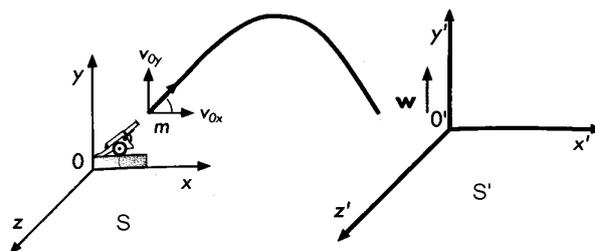


Fig. 17.7. Due osservatori inerziali S e S' , in moto relativo rettilineo uniforme, descrivono lo stesso fenomeno con le stesse leggi.

descrivere una traiettoria parabolica, risultato della combinazione di un moto rettilineo uniforme lungo la direzione orizzontale e di un moto uniformemente accelerato lungo la verticale.

Per S il moto del proiettile è descritto dalle tre equazioni:

$$\begin{aligned} f_x &= ma_x = 0 \\ f_y &= ma_y = -mg \\ f_z &= ma_z = 0 \end{aligned}$$

In base al principio di relatività, anche un osservatore S' , in moto rettilineo uniforme rispetto a S , con velocità w rispetto alla direzione positiva dell'asse delle y , descriverà il moto del proiettile con le equazioni scalari:

$$\begin{aligned} f'_x &= ma'_x = 0 \\ f'_y &= ma'_y = -mg \\ f'_z &= ma'_z = 0 \end{aligned}$$

Una dimostrazione della validità di queste relazioni verrà data più avanti.

Ciò che è importante comprendere è che se anche i due osservatori inerziali osservano le stesse accelerazioni, ciò non implica affatto che osservino anche le stesse velocità e le stesse posizioni. Così come, nel caso in cui il moto dei due osservatori inerziali è tale che essi osservano la stessa traiettoria (una parabola, per esempio, o una circonferenza) ciò non significa che i valori dei parametri siano gli stessi per i due osservatori (Fig. 17.8 e Fig. 17.9).

L'invarianza in forma delle leggi della dinamica dipende dal fatto che diversi osservatori inerziali S, S', S'', \dots misureranno, nei rispettivi sistemi di riferimento, diversi valori di posizione e velocità per uno stesso fenomeno, ma tutti, indistintamente, uguali valori dell'accelerazione.

Vi è comunque, attraverso le trasformazioni galileiane, la maniera di collegare la descrizione di un evento in un sistema di riferimento, con la descrizione dello stesso evento in un altro sistema di riferimento in moto rettilineo uniforme rispetto al primo (si vedrà in seguito).

Per questa ragione il principio di relatività si può esprimere anche nel seguente modo:

le leggi della dinamica sono invarianti per trasformazioni galileiane.

Il principio di relatività è strettamente legato alla prima legge del moto: se non è necessaria, infatti, una forza per osservare un corpo nel suo stato di moto rettilineo uniforme, noi non potremo, sulla base di alcun esperimento fisico compiuto dall'interno del sistema, controllare il nostro stato di moto rettilineo uniforme. Il principio di relatività ha svolto un ruolo particolarmente significativo nella storia della fisica: fu infatti la constatazione che il principio di relatività valeva per la meccanica, ma non per l'elettromagnetismo, a stimolare Einstein alla formulazione della teoria della relatività ristretta.

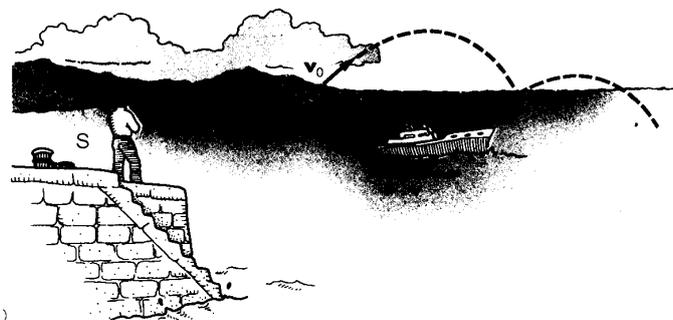


Fig. 17.8. Da due piattaforme, l'una in quiete, l'altra in m.r.u. rispetto al terreno, vengono lanciati due proiettili con velocità v_0 . Le traiettorie descritte dai due proiettili risulteranno per l'osservatore inerziale S , due parabole.

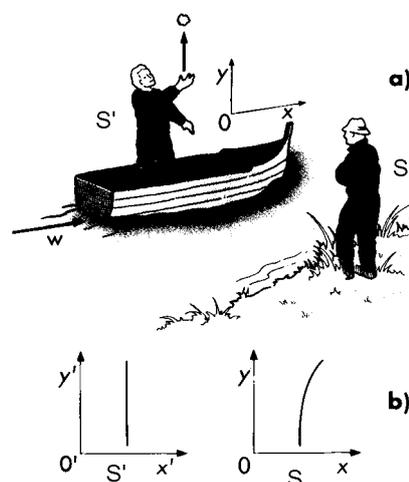


Fig. 17.9. Non bisogna confondere l'invarianza in forma delle leggi della dinamica con l'uguaglianza delle traiettorie osservate. Mentre le leggi della dinamica risultano le stesse per tutti gli osservatori inerziali, non sempre le traiettorie osservate coincidono. (a) S e S' sono due osservatori inerziali l'uno in quiete, l'altro in m.r.u. rispetto al terreno. S' lancia un sasso lungo la verticale. (b) La traiettoria descritta dal sasso è una retta per l'osservatore S' , un arco di parabola per l'osservatore S . Entrambi gli osservatori, tuttavia affermano che il moto del sasso è uniformemente accelerato lungo la verticale, ossia considerano valide le equazioni $f_y=ma_y$; $f_x=ma_x=0$.

17.2.7. La seconda legge del moto

La prima legge del moto descrive, nei sistemi di riferimento inerziali, il comportamento di corpi su cui agiscono forze con risultante nulla. Ciò equivale ad affermare implicitamente che le forze sono la causa delle accelerazioni che un corpo subisce. La seconda legge del moto si occupa di quantificare, nei *s.r.i.*, la relazione tra le forze esercitate su un corpo e le accelerazioni che questo acquista. Essa afferma infatti che:

ogni corpo soggetto all'azione di una o più forze, subisce un'accelerazione direttamente proporzionale alla forza risultante e con la stessa direzione e lo stesso verso di questa.

In simboli matematici, quanto affermato dalla seconda legge del moto può essere sintetizzato nella forma:

$$\mathbf{F} \propto \mathbf{a} \quad \text{ossia} \quad \mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

dove m è il simbolo utilizzato per indicare la costante di proporzionalità tra forza e accelerazione.

Si può pensare che Newton sia arrivato a stabilire la proporzionalità diretta tra forza e accelerazione generalizzando le due seguenti osservazioni di carattere empirico.

Quando due forze che appaiono uguali vengono fatte agire contemporaneamente su uno stesso corpo, producono un'accelerazione doppia di quella prodotta da una singola forza (Fig. 17.10 (a) e (b)).

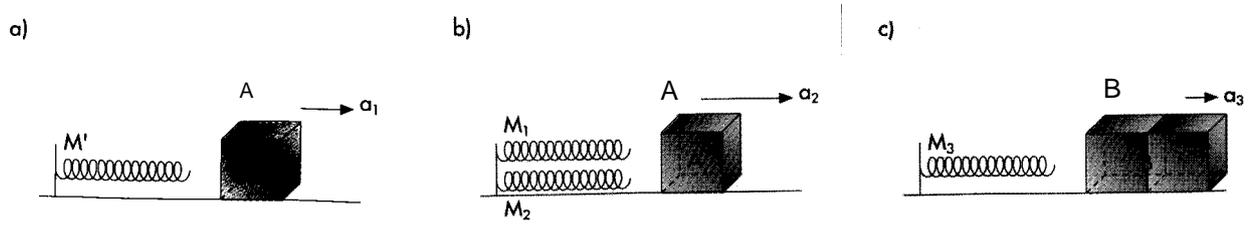


Fig. 17.10. (a) il corpo A viene messo in moto attraverso la spinta esercitata dalla molla M' che viene liberata dopo essere stata compressa di un tratto Δl . \mathbf{a}_1 è l'accelerazione con cui A si muove rispetto al piano.

(b) Lo stesso corpo A viene messo in moto da due molle identiche ad M' , M_1 e M_2 che, dopo essere state compresse dello stesso tratto Δl , vengono liberate contemporaneamente. Il corpo A acquisterà un'accelerazione \mathbf{a}_2 doppia all'incirca di \mathbf{a}_1 .

(c) Il corpo B è formato da due copie identiche di A, legate saldamente insieme. La molla M_3 , identica a M' , produce, nelle medesime condizioni del caso (a) un'accelerazione \mathbf{a}_3 che è circa la metà di \mathbf{a}_1 .

Viceversa, quando una forza che appare essere la stessa viene fatta agire su corpi diversi, scelti in modo che il secondo sia formato da n copie identiche del primo, essa produce accelerazioni che sono una la n -esima parte dell'altra (Fig. 17.10 (c)).

Naturalmente per poter dire se due forze sono o meno uguali, è necessario aver precedentemente stabilito un criterio per misurarle. **Questo criterio deve però essere indipendente dalla misura delle accelerazioni che queste forze producono, se si vuole che la seconda legge abbia un significato fisico.**

In mancanza di questo criterio, si seguirà provvisoriamente un'altra strada, all'incirca analoga a quella seguita originariamente dallo stesso Newton. Nell'equazione $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ che sintetizza l'enunciato della seconda legge della dinamica l'unica grandezza finora definita operativamente è l'accelerazione.

Se definissimo operativamente anche la costante di proporzionalità m potremmo poi definire la forza \mathbf{F} come prodotto dell'accelerazione (e della costante m , trasformando in questo modo la seconda legge della dinamica in una definizione di forza.

La definizione operativa di m , d'altra parte, è tutt'altro che semplice.

Newton ritenne di aver risolto la questione definendo m come prodotto della densità δ e del volume V , ma fu poi costretto a definire δ come rapporto di m e V , rendendo così la definizione di m del tutto circolare.

Qui, **del tutto provvisoriamente**, faremo ricorso al fatto che la prima legge del moto stabilisce implicitamente una relazione qualitativa tra la forza e l'**inerzia**, ossia la proprietà che i corpi hanno di mantenere il loro stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, finché su di essi non agiscano forze con risultante diversa da zero.

Intuitivamente, solo in modo approssimativo si può dire che l'inerzia di un corpo è grande se è necessaria una grande forza (ma non sappiamo dire "quanto" grande) per cambiare il suo stato di moto.

Sulla base di queste considerazioni, definiamo la costante m che compare nell'enunciato della seconda legge, come una grandezza che misura l'inerzia dei corpi, che chiameremo d'ora in poi *massa inerziale*³.

La massa inerziale, nella meccanica classica, è una grandezza additiva, cioè la massa di un corpo è uguale alla somma delle masse delle parti che lo costituiscono.

Per definire l'unità di misura della massa, si sceglie un corpo campione, cui si attribuisce convenzionalmente massa uguale a uno. In questo modo, una volta fissata una massa campione è possibile assegnare ad ogni altra massa un valore multiplo di essa. Nel SI l'unità di misura della massa è il chilogrammo, indicato con il simbolo "kg", che corrisponde alla massa di un cilindro di platino conservato nel *Bureau International des Poids et Mèsure* (BIPM) di Sèvres (Parigi).

La metrologia della massa è in uno stato diverso da quello raggiunto per il tempo e lo spazio. Infatti in questi due casi le unità di misura sono oggi agganciate a campioni *intrinseci*: le differenze di energia di livelli atomici, e quindi le frequenze delle corrispondenti transizioni elettromagnetiche. Invece l'unità di massa è ancor oggi quella del 1901: il kg campione conservato al BIPM.

Per quanto riguarda le misure di massa, come al solito i procedimenti sono molto diversi a seconda del campo in esame. Alla scala umana ci si basa su bilance, più o meno sofisticate, ma che in ogni caso sfruttano l'attrazione gravitazionale della Terra sul corpo in esame, confrontandola o con quella su corpi campione, o con forze di altra origine (ad es. molle). La determinazione delle masse di stelle, pianeti, galassie sono sempre basate sugli effetti delle forze gravitazionali: ne ripareremo in seguito. Invece nell'ambito microscopico si deve ricorrere ad altri metodi: accelerazioni prodotte da campi elettrici e/o magnetici (come nello spettrografo di massa), uso delle leggi di conservazione in urti elastici o anelastici.

La cosa più importante da segnalare è che mentre i metodi di misura nel microscopico misurano l'effetto *inerziale* della massa, quelli macroscopici si fondano sull'effetto gravitazionale: o *attivo*, come quando si misura la massa del Sole dal moto della Terra, o *passivo*, come nelle comuni pesate. Nel primo caso si usa il fatto che la forza è proporzionale alla massa che la produce; nel secondo, il fatto che è proporzionale alla massa che la subisce. Non è ovvio che si stia misurando sempre la stessa grandezza; ma tutti gli esperimenti in proposito ci assicurano che è così (ne ripareremo in seguito).

Una volta definita, per quanto provvisoriamente, l'unità di misura della massa, è possibile definire con la seconda legge l'unità di misura della forza, in funzione di quelle della massa e dell'accelerazione.

Nel SI l'unità di misura della forza è il *newton*, indicato con il simbolo N, definito come la forza che produce un'accelerazione di 1 m/s^2 su un corpo di massa pari a 1 kg, ossia: $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \times 1 \text{ m/s}^2$

2.8. I pericoli della 3^a legge

Non bisogna confondere la 3^a legge con una condizione di equilibrio, per due ragioni:

- (a) le forze sono applicate a corpi diversi;
- (b) la 3^a legge vale anche in condizioni di moto.

Il modo migliore di rendersi conto di ciò è di discutere alcuni esempi.

Esempio 1: Nel sistema Terra-Luna (Fig. 17.11), che per semplicità supponiamo ora isolato (ma ritorneremo su questo punto!) sono in gioco due forze: la forza \mathbf{F}_{LT} , che è *applicata alla Luna*, è la forza di attrazione gravitazionale dovuta alla Terra; la forza \mathbf{F}_{TL} , che invece è *applicata alla Terra*, è la forza di attrazione dovuta alla Luna. Queste due forze costituiscono una coppia di azione e reazione; la prima è causa del moto orbitale della Luna, la seconda di un moto "orbitale" della Terra (di cui si parla più raramente, perché è di ampiezza 80 volte minore, causa il rapporto delle masse). Entrambe le forze variano in direzione e anche in grandezza (la distanza Terra-Luna non è costante), ma *restano sempre esattamente opposte e dirette lungo TL*: infatti la 3^a legge vale anche in queste condizioni.

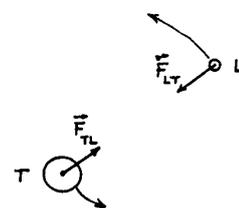


Fig. 17.11.

³ Anche questo modo di definire la massa, che richiederebbe un precedente criterio per misurare la forza, è circolare. Esso è giustificato esclusivamente a posteriori dal fatto che le previsioni teoriche basate sull'interpretazione della massa inerziale come costante che lega la forza e l'accelerazione, concordano con i risultati sperimentali. Nel paragrafo 17.2.9 verrà fornita una definizione di massa in modo meno intuitivo e più rigoroso.

Esempio 2: Se appoggiamo un mattone su di un tavolo (Fig. 17.12) siamo abituati a dire che il mattone esercita sul tavolo una forza uguale al suo peso. Questo è vero, ma vediamo bene perché. Il mattone è fermo: la 1^a legge ci dice che su di esso non possono esserci forze agenti non equilibrate. Ma sappiamo che ce n'è almeno una: la forza di gravità \mathbf{P} diretta verso il basso; quindi ce ne deve essere un'altra che la equilibra esattamente, ed è facile capire che essa è dovuta al tavolo: chiamiamola \mathbf{F} . Dunque $\mathbf{P} + \mathbf{F} = \mathbf{0}$, ossia $\mathbf{F} = -\mathbf{P}$: la forza dovuta al tavolo è diretta verso l'alto ed è uguale, in modulo, al peso del mattone.

Da notare che \mathbf{P} e \mathbf{F} non sono una coppia di azione e reazione, infatti se \mathbf{P} è l'azione, la reazione $-\mathbf{P}$ è applicata al centro della Terra.

A questo punto entra in gioco la 3^a legge: se il tavolo agisce sul mattone con la forza \mathbf{F} , il mattone reagisce sul tavolo con una forza $\mathbf{F}' = -\mathbf{F}$. Ne segue $\mathbf{F}' = \mathbf{P}$, come ci aspettavamo. La questione è: perché fare un giro così complicato per arrivare a un risultato così evidente in sé? La risposta sta nell'esempio successivo.

Esempio 3: Invece di appoggiare il mattone direttamente sul tavolo, possiamo interporre qualcosa, per esempio quattro uova: il ragionamento non cambia, e infatti le uova reggono il mattone esercitando collettivamente la stessa forza che prima era prodotta dal tavolo (Fig. 17.13), purché si proceda delicatamente! Ma se lasciamo cadere il mattone sulle uova, anche da pochi centimetri, l'esperimento ha per risultato una frittata (Fig. 17.14). Che cosa è cambiato?

Durante il contatto fra le uova e il mattone, e prima che questo si fermi, sono sempre presenti le forze \mathbf{F} e \mathbf{F}' , ed è sempre $\mathbf{F}' = -\mathbf{F}$, perché questa relazione esprime la 3^a legge, che vale incondizionatamente. Ma non è affatto vero che sia $\mathbf{F} = -\mathbf{P}$: se così fosse, il mattone sarebbe soggetto a una forza risultante nulla, e perciò *continuerebbe a muoversi di moto uniforme verso il basso*. Invece il mattone si ferma (dopo aver rotto le uova): dunque la sua velocità verso il basso è diminuita, il che vuol dire che ha avuto un'accelerazione verso l'alto; e questo ci mostra (2^a legge) che la forza risultante è verso l'alto, ossia che $|\mathbf{F}| > |\mathbf{P}|$. Poiché la "frenata" è piuttosto brusca, ne segue che in realtà il modulo di \mathbf{F} è parecchio maggiore del peso del mattone: ma lo stesso accade allora per il modulo di \mathbf{F}' , che è la forza applicata alle uova, e questo spiega la frittata. (In realtà il discorso sarebbe ancora più complicato, perché ciascun uovo non è soggetto a una sola forza, ma a due: l'altra viene dal tavolo. È questo "effetto schiaccianoci che causa la rottura".)

17.2.9. La definizione di massa

Per Newton la massa è la "quantità di materia," definita come prodotto della densità per il volume. È fin troppo facile obiettare che questa è una definizione circolare (come si definisce la densità?) e soprattutto che non consente una misura. Infatti: come possiamo confrontare le quantità di materia in corpi di composizione diversa? S'intende che se già sappiamo che \mathbf{g} è la stessa per tutti i corpi, potremo usare la bilancia: infatti questa confronta i pesi, e attraverso $\mathbf{P} = m\mathbf{g}$ ne ricaviamo la misura della massa. Però nessuno può pesare una stella o un elettrone!

Quindi la sola via d'uscita è usare la 3^a legge: da $\mathbf{F}_{AB} = -\mathbf{F}_{BA}$ segue $m_A\mathbf{a}_A = -m_B\mathbf{a}_B$; allora, misurando le accelerazioni, si ottengono i rapporti delle masse. In realtà sorgono sottili problemi logici, su cui però non vale la pena di soffermarsi.

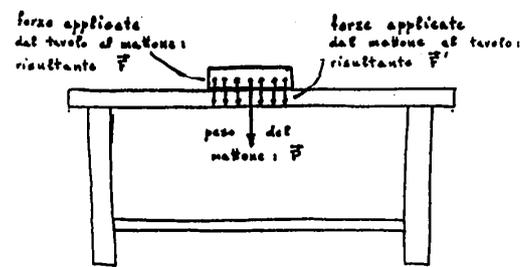


Fig. 17.12.

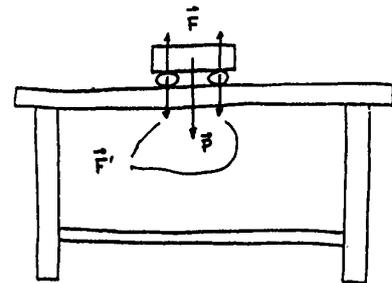


Fig. 17.13.

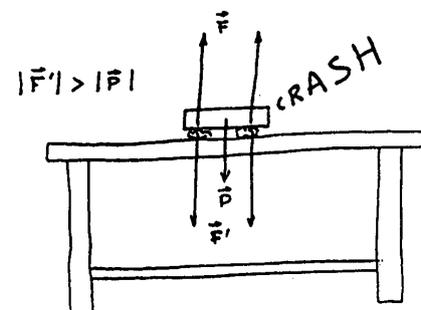


Fig. 17.14.

17.2.10. La 3^a legge e l'azione a distanza

Già ai tempi di Newton l'idea di azione a distanza suscitava molte obiezioni, che sono divenute più profonde quando ci si è persuasi che in realtà le azioni fra corpi distanti sono sempre trasmesse *attraverso un campo*, e si propagano con velocità finita. È proprio questo – come vedremo – che ci obbliga a lasciar cadere, nella meccanica relativistica, l'uguaglianza di azione e reazione per le forze a distanza: infatti le due forze non saranno più uguali, se il campo trasporta quantità di moto. Anche questa però, come tutte le correzioni relativistiche, può essere trascurata in molti casi pratici.

Il problema non sembra sussistere per le forze a contatto: tuttavia dal punto di vista moderno nasce un'altra difficoltà, ed è che le forze a contatto *in realtà non esistono!* Per esempio, quando due palle da biliardo si urtano, il contatto fra le loro superfici è in realtà un'interazione a distanza (sia pure brevissima) tra le cariche elettriche degli atomi che costituiscono le due superfici. Le palle rimbalzano perché l'interazione dominante è quella fra gli elettroni, che è repulsiva. Fortunatamente a quella piccolissima distanza corrisponde un trasporto di quantità di moto – tramite il campo elettromagnetico – che ha durata estremamente breve ($\sim 10^{-18}$ s) e che perciò può essere del tutto trascurato: anche da un giocatore di biliardo che conosca la relatività.

Non si può fare a meno di accennare che nella fisica degli ultimi decenni si è avuto, a questo proposito, un ulteriore rovesciamento di posizione: infatti la teoria quantistica dei campi vede l'azione di un campo come uno scambio di particelle (ad es., nel caso del campo elettromagnetico, uno scambio di fotoni). In questo senso l'azione a contatto ritorna ad essere quella primaria, anche se naturalmente con tutt'altro significato. . .

Problemi di fine capitolo

17.1. Un libro giace in quiete su un tavolo che poggia a terra. Individuare le forze di reazione: (a) della forza di gravità sul libro, (b) della forza che le gambe del tavolo esercitano sulla terra, (c) della forza di gravità sul tavolo e (d) della forza che il libro esercita sul piano di lavoro.

17.2. Con riferimento alla Fig. A e ponendo $h = 0.80$ m, $\theta = 30^\circ$ e $m = 1.0$ kg, calcolare la velocità con cui il corpo, posto alla sommità del piano inclinato e inizialmente fermo, raggiunge la base. Quanto varrà invece, la velocità alla base se $m = 4.0$ kg?

17.3. Con riferimento alla Fig. A e ponendo $h = 0.80$ m, $\theta = 60^\circ$ e $m = 1.0$ kg, calcolare la velocità con cui il corpo, posto alla sommità del piano inclinato e inizialmente fermo, raggiunge la base. Quanto varrà invece, la velocità alla base se $m = 4.0$ kg?

17.4. Con riferimento alla Fig. A e ponendo $h = 0.80$ m, $\theta = 30^\circ$ e $m = 1.0$ kg, calcolare il tempo impiegato dal corpo, posto alla sommità del piano inclinato, per raggiungere la base. Il tempo varia se $\theta = 45^\circ$?

17.5. Due blocchi poggiati su un tavolo orizzontale (Fig. B) ed a contatto tra loro sono spinti da una persona con una forza di 6 N. Se le masse m_1 e m_2 dei due corpi sono rispettivamente di 4 kg e 2 kg, determinare l'accelerazione del sistema e la forza di contatto tra i blocchi nell'ipotesi che l'attrito tra i blocchi ed il piano di appoggio sia trascurabile. [R. $a=1\text{m/s}^2$; $T=2$ N]

17.6. Su un tavolo senza attrito due blocchi sono a contatto tra loro. Una forza orizzontale è applicata a uno dei blocchi (Fig. C). (a) Se $m_1 = 2.0$ kg, $m_2 = 1.0$ kg e $F = 3.0$ N, trovare la forza di contatto tra i due blocchi. (b) dimostrare che se la forza è applicata a m_2 anziché a m_1 la forza di contatto fra i due blocchi è 2.0 N, diversa dal valore ricavato in (a). Spiegare.

17.7. Due blocchi di massa m_1 e m_2 sono collegati tra loro mediante una molla di peso trascurabile sopra un tavolo senza attrito. Trovare le rispettive accelerazioni a_1 e a_2 dopo che i due blocchi sono stati allontanati e quindi rilasciati.

17.8. Due corpi aventi la stessa massa sono collegati per mezzo di un filo. Uno di essi è poggiato su un tavolo orizzontale e l'altro pende dal tavolo (Fig. D). Calcolare l'accelerazione del sistema trascurando ogni forma di attrito.

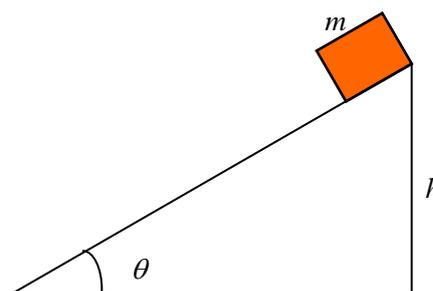


Fig. A.

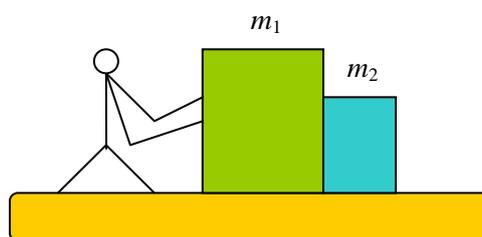


Fig. B.

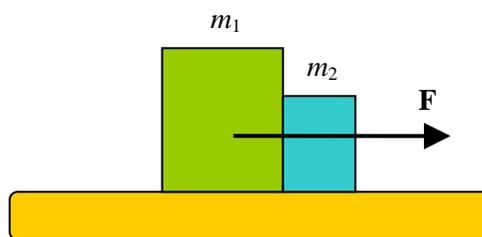


Fig. C.

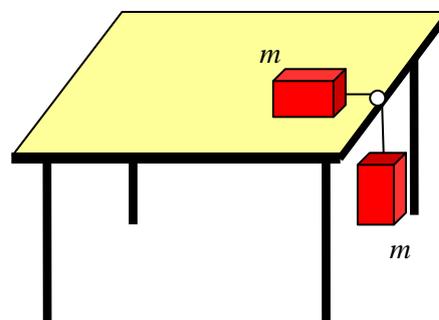


Fig. D.