

20. I SATELLITI DELLA TERRA

20.1. I satelliti della Terra

In Fig. 15.4 a pag. 182 del Cap.15 si vede l'effetto della velocità iniziale sulla traiettoria di un oggetto lasciato cadere da un'altezza di 0.50 m rispetto al suolo. La componente orizzontale dello spostamento, per velocità dell'ordine di 10 m/s, ammonta a pochi metri: naturalmente per tali distanze possiamo considerare la superficie della Terra orizzontale (Terra piatta).

Supponete ora di lanciare un oggetto da un'altezza di 500 km e di imprimergli una velocità orizzontale di parecchie centinaia di metri al secondo: in questo caso la distanza coperta prima che l'oggetto tocchi il suolo sarà così grande che occorrerà considerare la curvatura della Terra (Fig. 20.1). Come suggerisce la figura, esiste una velocità iniziale per la quale un oggetto resterà ad un'altezza fissa sopra la superficie terrestre: questo è ciò che fanno, con buona approssimazione, i satelliti della Terra^(*).

Calcoliamo il periodo di rivoluzione di un satellite che si muove attorno alla Terra. Se il moto avviene lungo una circonferenza, il modulo dell'accelerazione è $a = v^2/R$, e, poiché la forza centripeta è data dall'attrazione gravitazionale della Terra, il modulo di questa accelerazione deve essere uguale all'intensità del campo gravitazionale g . Quindi il modulo della velocità del satellite è dato da:

$$\frac{v^2}{R} = g \quad [20.1]$$

ossia

$$v^2 = g \cdot R \quad [20.2]$$

dove R è il raggio della traiettoria circolare e g è il valore dell'accelerazione di gravità nel punto in cui si trova il satellite.

Per esempio, consideriamo il satellite Mida 2 che venne lanciato il 24 maggio 1960; esso è in orbita intorno alla Terra ad un'altezza quasi costante di 4.9×10^5 m dalla superficie terrestre. Ciò significa che il raggio dell'orbita è

$$R = (\text{raggio della Terra}) + (\text{altezza}) = (6.38 \times 10^6 \text{ m}) + (4.9 \times 10^5 \text{ m}) = 6.87 \times 10^6 \text{ m} \quad [20.3]$$

e g a quest'altezza è 8.45 m/s^2 . Perciò,

$$v^2 = gR = (8.45 \text{ m/s}^2) \times (6.87 \times 10^6 \text{ m}) \quad [20.4]$$

e

$$v = 7.62 \times 10^3 \text{ m/s}. \quad [20.5]$$

Per conoscere il periodo T , dobbiamo tenere conto del fatto che la circonferenza ($2\pi R$) è la distanza coperta in una rivoluzione, mantenendo il modulo della velocità v costante. Quindi

$$2\pi R = vT, \text{ da cui } T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \times 6.87 \times 10^6 \text{ m}}{7.62 \times 10^3 \text{ m/s}} = 5.66 \times 10^3 \text{ s} \quad [20.6]$$

che corrisponde a 94.4 minuti. Il periodo osservato è 94.3 minuti.

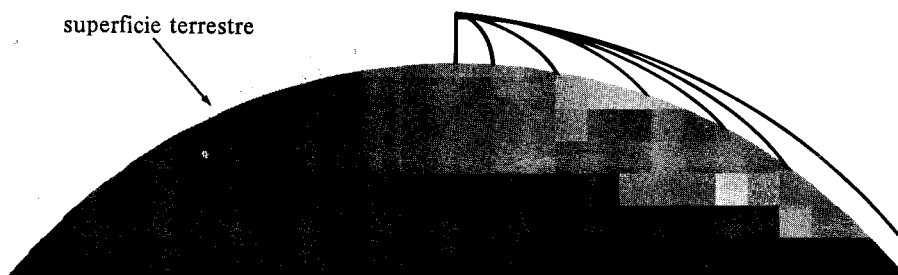


Fig. 20.1. Traiettorie di proiettili lanciati orizzontalmente con varie velocità, da un'altezza di 500 km, facendo l'ipotesi che Terra sia priva di atmosfera.

^(*) Le traiettorie della figura sono parti di ellissi; le parabole e le circonferenze sono casi particolari di ellissi.

I calcoli che abbiamo eseguito per ottenere il periodo e la velocità di un satellite artificiale sono stati necessari per mettere in orbita il primo satellite artificiale. Newton prevede, in base a calcoli, che, senza la resistenza dell'aria, un proiettile sparato da un'alta montagna con una velocità di circa 8 km/s avrebbe dovuto immettersi in orbita intorno alla Terra (Fig. 20.2). L'esistenza dei satelliti artificiali è quindi uno dei trionfi dello sviluppo della dinamica di Galileo, di Newton e di altri.

Perché, allora, il primo satellite artificiale non fu posto in orbita nel diciassettesimo secolo? La risposta è semplice: non vi erano cannoni o razzi abbastanza potenti. La comprensione da parte dell'uomo di leggi scientifiche generali precede spesso la tecnologia; l'applicazione particolareggiata della conoscenza scientifica richiede molto tempo e fatica.

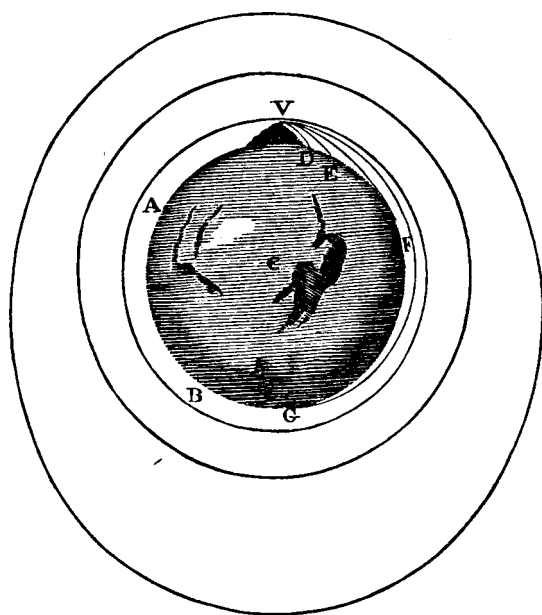


Fig. 20.2. Un disegno tratto dal «*Sistema del Mondo*» di Newton (inserito nelle ultime edizioni dei «*Principia*») mostra le traiettorie che un corpo seguirebbe se venisse lanciato con diverse velocità da un'alta montagna. Come si può vedere, Newton era consapevole del fatto che si sarebbe potuto porre un corpo in orbita attorno alla Terra se la sua velocità fosse stata abbastanza grande. Le orbite che da V terminano in D, E, F e G, si riferiscono a proiettili lanciati con velocità orizzontali crescenti. Newton era anche consapevole che la resistenza dell'aria avrebbe influenzato il moto di un satellite in prossimità della superficie della Terra, impedendogli di seguire la sua orbita ideale o di continuare per lungo tempo. Egli affermò che i satelliti avrebbero potuto muoversi permanentemente nelle orbite più esterne.

20.2. Il moto della Luna

La Luna è un satellite della Terra. Possiamo calcolare la sua accelerazione centripeta in base ai seguenti dati. Il periodo del moto della Luna è di 27.3 giorni, ossia 2.3×10^6 s; la distanza dalla Terra alla Luna è circa 3.8×10^8 m. Il modulo dell'accelerazione della Luna verso la Terra è perciò:

$$a = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4 \times \pi^2 \times 3.8 \times 10^8 \text{ m}}{(2.3 \times 10^6 \text{ s})^2} = 2.7 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2 \quad [20.7]$$

Questa accelerazione è molto più piccola dell'accelerazione posseduta da un satellite in prossimità della superficie terrestre. Paragonandola con $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ sulla superficie terrestre, o con 8.45 m/s^2 all'altezza di 490 km, vediamo che l'attrazione gravitazionale è diminuita di un fattore circa uguale a 2.7×10^{-4} . Questa prova della diminuzione dell'attrazione gravitazionale all'aumentare della distanza fu una delle ragioni che condussero Newton alla formulazione della legge di gravitazione.

Come varia il campo gravitazionale con la distanza dalla Terra? Come varia il campo gravitazionale di ogni oggetto al variare della distanza dall'oggetto? Per rispondere a queste domande sono necessari alcuni dati sul moto di oggetti molto distanti tra loro: questi oggetti sono i pianeti.

Problemi di fine capitolo

- 20.1.** Il campo gravitazionale alla superficie della Luna è $1/7$ di quello alla superficie della Terra. Il raggio della Luna è circa $1/4$ del raggio della Terra. Si calcoli il periodo del modulo di una navicella spaziale in orbita intorno alla Luna vicino alla sua superficie.
- 20.2.** Il periodo di una navicella spaziale in orbita intorno alla superficie di Marte è di 102 minuti. Come potete confrontare l'intensità del campo gravitazionale vicino alla superficie di Marte con quella vicino alla superficie della Terra? (Il raggio di Marte è 3.43×10^6 m)
- 20.3.** Un satellite viene posto in orbita intorno alla Terra lungo una traiettoria circolare. All'aumentare del valore del raggio dell'orbita, il modulo della velocità, il periodo e l'accelerazione del satellite diminuiscono, aumentano o restano costanti?
- 20.4.** Due satelliti ruotano intorno alla Terra approssimativamente alla stessa distanza dal centro della Terra. La massa di uno è il doppio di quella dell'altro. Qual è il rapporto tra le loro accelerazioni? Tra i moduli delle loro velocità? Tra i loro periodi? Tra le forze centripete che si esercitano su di essi?
- 20.5.** (a) La Terra dista 1.5×10^{11} m dal Sole. Qual è l'accelerazione della Terra rispetto al Sole? (1 anno $\cong 3.16 \times 10^7$ s)
- (b) Qual è il rapporto tra l'accelerazione della Luna rispetto alla Terra e l'accelerazione della Terra rispetto al Sole?
-