

21. LA GRAVITAZIONE UNIVERSALE E IL SISTEMA SOLARE

Pochi sono coloro che non riconoscono l'Orsa Maggiore, guardando il cielo di notte. Il fatto che più colpisce è che le costellazioni, cioè i gruppi di stelle come l'Orsa Maggiore, mantengono inalterata la propria forma. Esse si muovono proprio come se fossero attaccate all'interno di una grande sfera ruotante e noi le stessimo osservando dal centro di questa sfera (Fig. 21.1). Contro questo sfondo di «stelle fisse», il Sole e la Luna si muovono con regolarità come se fossero attaccati ad altre sfere, ruotanti ciascuna con una velocità diversa, attorno alla Terra. Secondo questo modo di vedere, la Terra, grande e immobile, è collocata al centro di un universo composto di materia celeste che ruota attorno a essa. Un tale universo è chiamato geocentrico (con la Terra nel centro).



Fig. 21.1. Fotografia presa con una esposizione di un'ora con la macchina puntata verso la stella polare. Gli archi circolari mostrano il moto apparente delle stelle. Fu questo moto circolare che portò i Greci a immaginare le stelle attaccate ad una sfera che ruota attorno alla Terra. (Fotografia dell'Osservatorio Yorkes).

Agli antichi erano noti sette corpi celesti che apparivano in moto rispetto alle stelle fisse. Il Sole e la Luna, Mercurio, Venere, Marte, Giove e Saturno furono chiamati pianeti dalla parola greca che significa «viandante». Fatta eccezione per il Sole e la Luna, i moti di questi corpi appaiono irregolari quando vengono osservati per un lungo periodo di tempo (Fig. 21.2) e tale movimento irregolare attirò l'attenzione degli antichi sui pianeti. Essi erano più luminosi delle stelle, e, poiché la loro luminosità variava nel tempo, la loro distanza dalla Terra sembrava cambiare. Essi furono associati a varie attività ed emozioni umane (Venere all'amore, Marte alla guerra, ecc.), come se costituissero una specie di intermediario tra la perfezione immutabile delle stelle e l'agitata imperfezione della Terra. In seguito, gli astrologi videro nelle posizioni dei pianeti indicazioni sul futuro andamento della vita degli esseri umani.

Una delle più grandi preoccupazioni degli astronomi antichi fu quella di trovare una spiegazione ragionevole per lo strano moto apparente dei pianeti. Si dice che Platone, filosofo greco vissuto fra il 427 e il 347 a. C., assegnasse ai tuoi studenti questo problema: «le stelle, come possiamo vedere, si muovono su traiettorie esattamente circolari attorno alla Terra, mentre i pianeti sembrano muoversi su traiettorie irregolari. Da quali combinazioni di traiettorie esattamente circolari derivano le traiettorie lungo le quali si muovono effettivamente i pianeti?». La formulazione di tale domanda rivela il fatto che anticamente il cerchio era considerato la più perfetta di tutte le curve e quindi l'unica degna di descrivere moti celesti. Per molti secoli gli sforzi di tutti gli astronomi furono rivolti, almeno in parte, a rispondere a questa domanda.

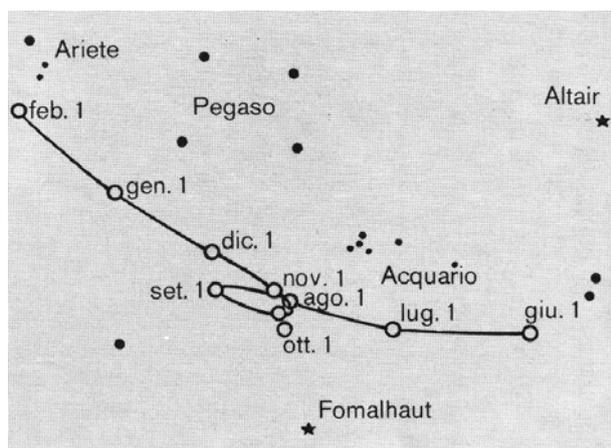


Fig. 21.2. Il particolare moto apparente del pianeta Marte rispetto alle stelle fisse. Marte, a diversi intervalli, sembra invertire la direzione del suo moto. (Da R. H. Baker, «Astronomy» D. Van Nostrand Co. Inc.).

21.1. Gli antichi sistemi planetari

Eudosso, allievo di Platone, cercò di rappresentare i movimenti dei pianeti per mezzo di un insieme di sfere mobili, ognuna avente come centro la Terra. Ogni pianeta era attaccato alla superficie di una sfera che ruotava uniformemente attorno a un asse fissato a due punti opposti della superficie di una sfera più grande (Fig. 21.3 e Fig. 21.4). Mentre la sfera più interna ruotava uniformemente attorno al suo asse, l'asse stesso veniva trascinato dal moto uniforme della sfera più esterna. Inoltre, l'asse della sfera più esterna poteva essere esso stesso fissato alla superficie di una sfera ancora più grande; in questo modo si poteva estendere il numero delle sfere, per rappresentare movimenti più complessi. Infine tutto il sistema ruotava all'interno della sfera celeste che sosteneva le stelle fisse. Con un numero sufficiente di sfere ruotanti internamente ad altre sfere, Eudosso ottenne una buona approssimazione del moto di un pianeta, e i suoi successori perfezionarono la precisione del suo modello usando un numero ancor maggiore di sfere. Nel corso della storia furono sviluppati parecchi sistemi planetari basati sui movimenti delle sfere fino a servirsi di un grandissimo numero di sfere. In uno di questi sistemi, vi erano tredici sfere per il solo Mercurio.

Altri astronomi greci tentarono di risolvere il problema posto da Platone in un modo diverso. Per esempio, Apollonio e Ipparco (III e II secolo a. C.) svilupparono un sistema in cui un pianeta si muove lungo una circonferenza il cui centro si muove lungo un'altra circonferenza. Il lavoro di questi antichi astronomi greci condusse al sistema di Claudio Tolomeo di Alessandria, vissuto nel II secolo d. C.

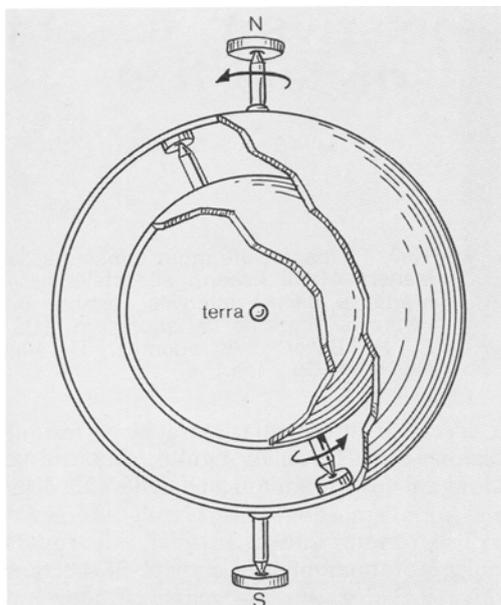
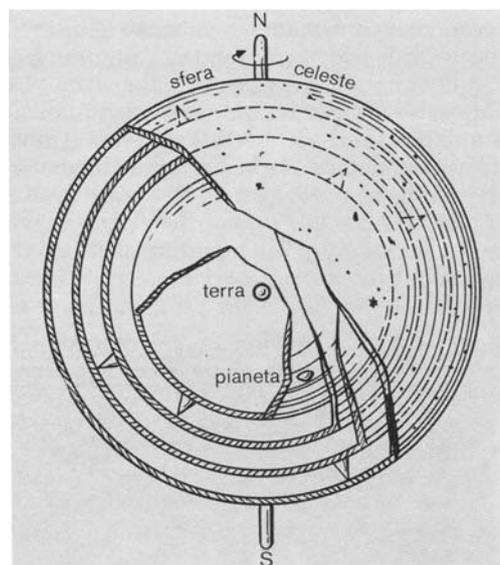


Fig. 21.3. Sistema planetario di Eudosso. I movimenti del Sole, della Luna e dei pianeti possono essere approssimati per mezzo di sfere che ruotano entro altre sfere. Qui la sfera esterna è quella delle stelle fisse che ruotano una volta ogni 24 ore da est a ovest attorno a un asse che passa per i poli nord e sud della Terra. La sfera interna ha il Sole fissato in un certo punto della sua superficie. L'asse della sfera interna è fissato in due punti alla sfera esterna. La sfera interna fa circa un giro all'anno.

Fig. 21.4. Qui si vede un pianeta fissato sulla superficie della sfera più interna. Ponendo gli assi delle sfere ad angoli opportuni e scegliendo un'opportuna velocità o direzione di rotazione, si può riprodurre con buona approssimazione il moto di un pianeta rispetto alle stelle fisse come appare visto dalla Terra.



Il suo sistema di cerchi in moto rispetto ad altri cerchi riproduceva in maniera ragionevolmente accurata i moti osservati dei pianeti (Fig. 21.5). Ma le curve con cui egli descriveva le orbite erano così complicate che molte furono le lamentele fra quelli che le studiavano. Alfonso X, re di Castiglia, nel 1200 fu spinto a dire che se egli fosse stato consultato all'atto della creazione, avrebbe fatto il mondo in modo migliore e più semplice. Un'orbita tolemaica semplificata di un pianeta è mostrata con la linea a tratto marcato in Fig. 21.6, dove si vedono anche i moti circolari da cui si supponeva che quest'orbita venisse originata.

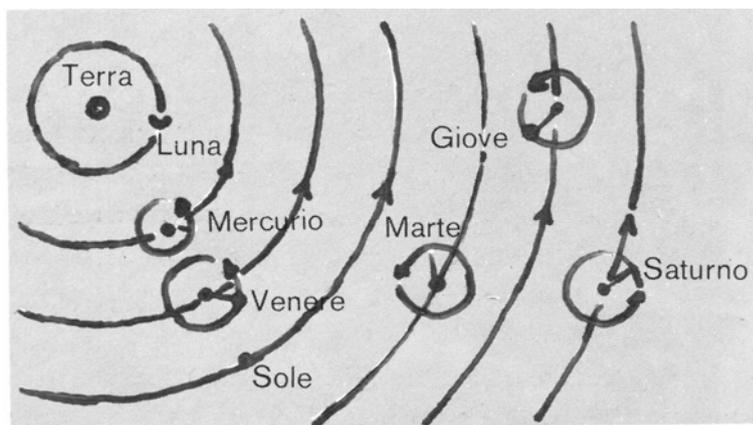


Fig. 21.5. Schema semplificato dei moti planetari nel sistema tolemaico.

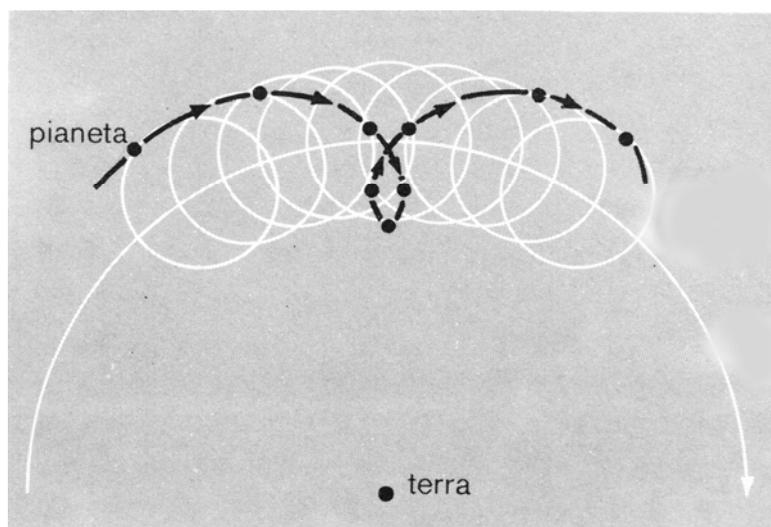


Fig. 21.6. Moto di un pianeta nel sistema tolemaico. Si immaginava che il pianeta si muovesse su una piccola circonferenza il cui centro ruotava su un'orbita circolare attorno alla Terra.

21.2. Il sistema planetario di Copernico

L'astronomo polacco Nicola Copernico (nato nel 1473) intuì che il sistema tolemaico era troppo complesso. La semplicità del moto circolare uniforme desiderata da Platone si era persa in queste costruzioni complicate. Copernico pensava che la realtà dovesse essere più semplice: egli cercò di dare perciò una risposta più semplice al problema di Platone scegliendo un centro diverso per il sistema dei cerchi. Come già altri prima di lui, Copernico si rendeva conto che il moto delle stelle fisse poteva essere spiegato supponendo che la Terra ruotasse (*). La nostra posizione rispetto alla volta celeste è allora molto simile a quella di un passeggero in un aeroplano. Quando l'aeroplano compie una virata volando sopra una grande città, sembra che le strade e i viali ruotino. Così, poiché la Terra ruota, sembra che le stelle si muovano.

Una volta immaginato che la Terra compisse ogni giorno una rotazione su se stessa, Copernico trovò che le orbite dei pianeti potevano essere enormemente semplificate scegliendo il Sole, invece della Terra, come centro del sistema planetario. Allora la Terra non sarebbe stata né al centro dell'Universo, né ferma. Forse era un pianeta e girava attorno al Sole insieme con gli altri pianeti. In Fig. 21.7 sono mostrate le semplici orbite percorse dalla Terra e dai pianeti nel loro moto attorno al Sole secondo Copernico.

Copernico giustificava la sua concezione circa il moto della Terra dicendo: «Sebbene mi sembrasse un'opinione assurda, tuttavia, poiché sapevo che altri prima di me avevano avuto la libertà di immaginare qualsiasi cerchio facesse loro comodo per descrivere le osservazioni riguardanti i corpi celesti, ho pensato di poter anch'io egualmente permettermi di provare se fosse possibile scoprire dimostrazioni più valide della rivoluzione dei corpi celesti supponendo un qualche movimento della Terra... trovai dopo molte e lunghe osservazioni, che se ai moti di altri pianeti si fossero aggiunti quelli della Terra, ... non solo si sarebbe ottenuto da ciò l'apparente comportamento degli altri, ma il sistema avrebbe posto in relazione le posizioni,

(*) Sebbene la principale corrente del pensiero greco e medioevale adottasse una teoria geocentrica, Eraclide (370 a.C. circa) era dell'opinione che la Terra ruotasse attorno al suo asse, e Aristarco (II secolo a.C.) pensava che la Terra ruotasse attorno al Sole.

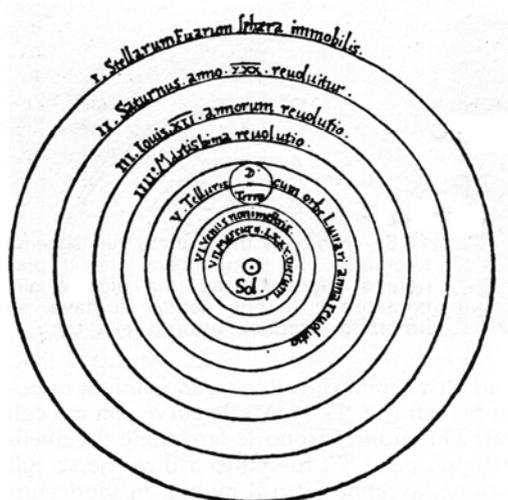


Fig. 21.7. Le orbite dei pianeti secondo il sistema planetario di Copernico.

le dimensioni e le orbite dei pianeti e di tutto il cielo in maniera tale che non si sarebbe potuto modificare nessun particolare singolo senza creare confusione tra tutte le altre parti e in tutto l'Universo. Per questa ragione, perciò ... ho seguito questo sistema».

Il sistema di Copernico comprende anche una sfera grande e immobile su cui si trovano le stelle fisse. A questo proposito egli dice: «La prima e la più alta di tutte le sfere è quella delle stelle fisse. Essa racchiude tutte le altre sfere ed è essa stessa contenuta in sé; essa è immobile; è certamente la regione dell'Universo rispetto alla quale vanno considerati i movimenti e le posizioni di tutti gli altri corpi celesti. Se qualcuno pensa ancora che questa sfera si muove, noi siamo di parere contrario; ...». Inoltre, descrivendo le sfere planetarie e i loro periodi di rotazione in cui la Terra appare come uno dei sei pianeti mentre la Luna è chiaramente indicata come un satellite della Terra, egli conclude: «Al centro di tutto è il Sole immobile. Chi, in verità, avrebbe posto il dispensatore di luce in una parte di questo magnifico tempio che non fosse quella da dove esso può illuminare tutte le altre parti? ...».

21.3. Obiezioni alla teoria di Copernico

È chiaro che Copernico, per arrivare alle sue orbite semplificate, dovette abbandonare l'intero modello dell'Universo sviluppato dai tempi di Aristotele. La domanda se la Terra si muovesse o no costituiva una problema molto grave. Tutta la cosmologia e la fisica medioevale erano basate sull'idea che la Terra fosse ferma al centro dell'Universo. In parte questa credenza nasceva dalla convinzione interiore dell'uomo che la sua Terra dovesse essere al centro delle cose. Ma per di più sembrava che vi fossero buone ragioni a sostegno della posizione speciale della Terra. Da un lato, se la Terra si muove, chi è che la spinge e perché noi non avvertiamo il suo moto?

Oppure, per fare un altro esempio, perché i sassi cadono verso la Terra se questa non è il centro dell'Universo?

Copernico si aspettava moltissime critiche e ritardò la pubblicazione del suo libro così a lungo che ne vide per la prima volta una copia stampata il giorno in cui morì. Prevedendo diverse obiezioni, egli cercò di rispondervi anticipatamente. All'obiezione che la Terra, ruotando così rapidamente attorno al suo asse, si sarebbe frantumata come una ruota in moto troppo veloce, egli controbatteva: «Perché quelli che hanno sviluppato la traiettoria geocentrica non hanno temuto lo stesso destino per la loro sfera celeste ruotante, e per di più molto più velocemente perché tanto più grande?». All'obiezione che gli uccelli in volo sarebbero restati indietro rispetto alla Terra che si muoveva così rapidamente, Copernico rispose che l'atmosfera era trascinata con la Terra.

In realtà vi furono molte obiezioni e contro-obiezioni. La teoria copernicana fu denunciata come «falsa e del tutto opposta alle Sacre Scritture». Martin Lutero stigmatizzò Copernico come un pazzo e un eretico. La disputa su questa audace nuova concezione dell'Universo infuriò per più di 100 anni prima che l'idea del moto della Terra fosse accettata da tutti.

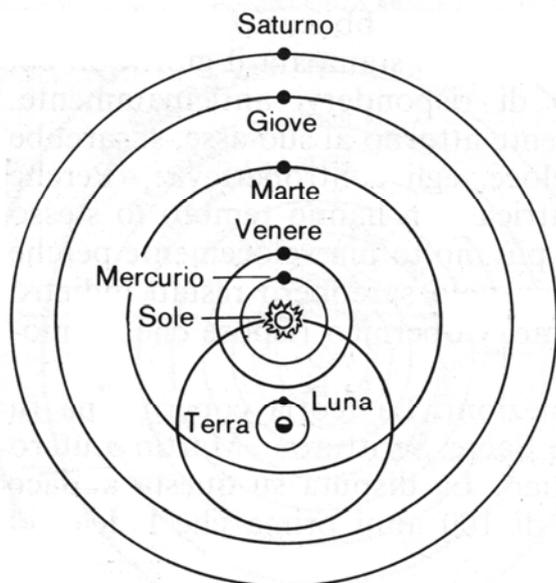


Fig. 21.8. Il sistema geocentrico di Tycho Brahe.

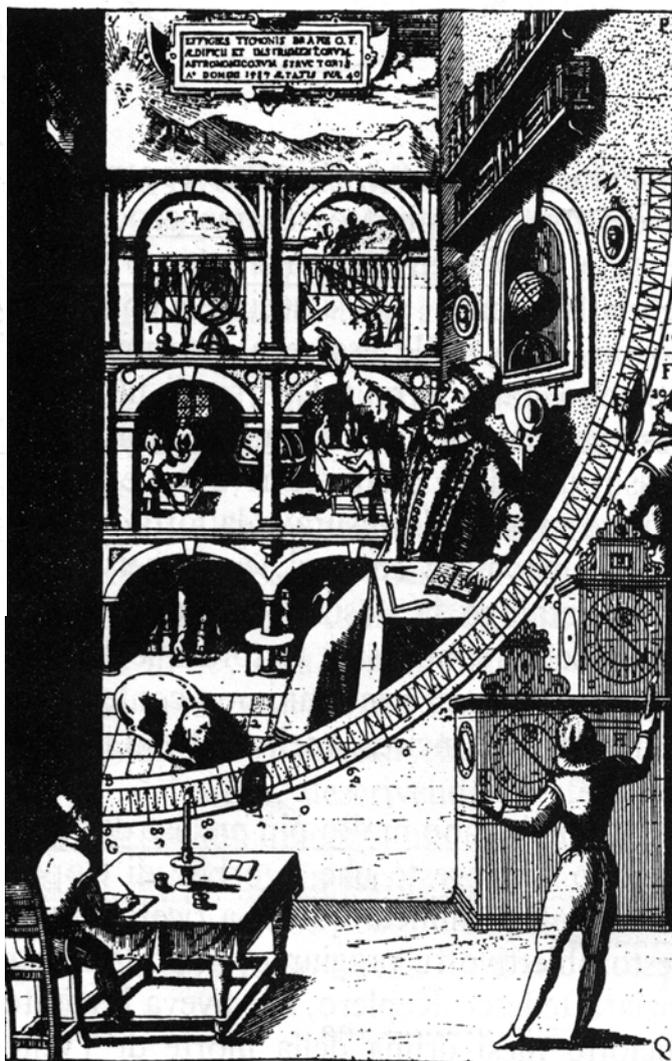


Fig. 21.9. Il quadrante murale di Tycho Brahe. Un arco di ottone di circa 1.80 m di raggio era montato su una parete ed equipaggiato con mirini mobili. Un osservatore (in alto a destra) mirava una stella attraverso una finestra nella parete a sinistra. Altri assistenti prendevano nota del tempo e registravano l'angolo di osservazione. Il settore di parete entro l'arco di ottone è coperto da un affresco rappresentante Tycho e scene del suo lavoro.

21.4. Tycho Brahe

Tycho Brahe, astronomo danese nato nel 1546, non accettò il sistema copernicano malgrado la sua semplicità. Egli ideò invece un più raffinato sistema geocentrico in cui il Sole girava attorno alla Terra e gli altri pianeti giravano attorno al Sole (Fig. 21.8). Inoltre, per controllare i modelli astronomici, egli si accinse a compilare una carta veramente accurata delle posizioni delle stelle fisse e a determinare le posizioni apparenti dei pianeti come appaiono dalla Terra nel corso di un lungo periodo di tempo. Egli cominciò le sue osservazioni con uno strumento consistente in una coppia di aste congiunte (a compasso) una delle quali era rivolta verso una stella fissa e l'altra verso un pianeta. In questo modo egli misurava la loro distanza angolare. In seguito costruì grandi sestanti e gnomoni con cui fece osservazioni meravigliosamente accurate (Fig. 21.9). Egli catalogò la posizione di un migliaio di stelle così accuratamente che le sue osservazioni sono usate tuttora e le sue misure delle posizioni angolari dei pianeti su un periodo di vent'anni non contengono errori più grandi di 0.067 gradi. Questo angolo è all'incirca quello sotteso da una capocchia di spillo a un metro dagli occhi.

Le osservazioni di Tycho sulle posizioni dei pianeti erano molto più precise di quelle a disposizione di Copernico. Esse mostrarono ben presto che le orbite di Copernico erano solo grossolanamente approssimate. Si cominciò quindi a ricercare una descrizione più accurata delle orbite: questo obiettivo fu raggiunto, dopo la morte di Tycho, da uno dei suoi allievi, lo scienziato tedesco Keplero, che aveva lavorato nel laboratorio di Tycho negli ultimi diciotto mesi prima della morte di Tycho stesso.

21.5. Keplero

Giovanni Keplero, nato nel 1571, era esattamente l'opposto di Tycho Brahe: Tycho possedeva una grandissima abilità ed esperienza meccanica, ma aveva relativamente poco interesse per la matematica, Keplero invece era rozzo come sperimentatore, ma era affascinato dalla potenza della matematica. Era simile ai greci antichi nella sua venerazione per la potenza dei numeri ed era incantato dagli indovinelli riguardanti numeri e dimensioni.

Dopo avere imparato gli elementi dell'astronomia, Keplero fu ossessionato dal problema di trovare uno schema numerico che si adattasse al sistema planetario.

Egli scrisse: «Meditai su questo soggetto con tutta l'energia della mia mente». Effettivamente dedicò la sua vita all'analisi delle tavole delle posizioni dei pianeti che Tycho gli aveva lasciato. Nell'affrontare il problema di tradurre le osservazioni di Tycho Brahe in una descrizione matematica dei moti planetari, Keplero agì come uno scienziato odierno che cerca di spiegare i dati sperimentali mediante semplici leggi matematiche, invece di considerarli come pure tabelle di numeri. Con le leggi matematiche, non solo possiamo riprodurre i dati osservati, ma possiamo predire i risultati di osservazioni non ancora fatte. Inoltre, è più facile ricordare e comunicare leggi matematiche che tabelle numeriche.

Nel suo primo libro, Keplero descrisse i suoi tentativi di capire perché vi fossero proprio sei pianeti nel sistema solare. Egli stabilì un legame tra le sei orbite e i cinque poliedri regolari ^(*) (Fig. 21.10): da questa costruzione ottenne per i rapporti tra i raggi delle orbite planetarie valori assai bene in accordo con quelli allora conosciuti.

Keplero era estasiato e scriveva: «Il piacere intenso che ho provato per questa scoperta non potrà mai essere espresso a parole. Non mi preoccupavo più del tempo perduto; non sentivo nessuna stanchezza; non risparmiavo nessuna fatica di calcolo, passavo giorni e notti a calcolare, fino a che non fui in grado di vedere se la mia ipotesi era in accordo con le orbite di Copernico, o se la mia gioia sarebbe svanita nell'aria».

La relazione tra i raggi delle orbite planetarie indica quale tipo di risultati Keplero si proponesse di ricavare dai dati di Tycho. Tuttavia accade spesso che anche la più attraente correlazione tra i dati non abbia alcun significato profondo che possa servire a spiegare la natura delle cose. Oggi questa scoperta di Keplero è del tutto dimenticata: il suo sistema è distrutto dal fatto che esistono più di sei pianeti (ma un settimo pianeta non fu scoperto se non molti anni dopo la sua morte).

Keplero scoprì invece altre relazioni matematiche che hanno superato il collaudo delle osservazioni successive. Egli cominciò la sua grande analisi dei dati di Tycho con uno studio esauriente del moto di Marte: su quale tipo di traiettoria si era mosso Marte durante i venti anni di osservazioni di Tycho? La traiettoria di Marte sarà più semplice se si immagina la Terra immobile oppure in movimento come credeva Copernico?

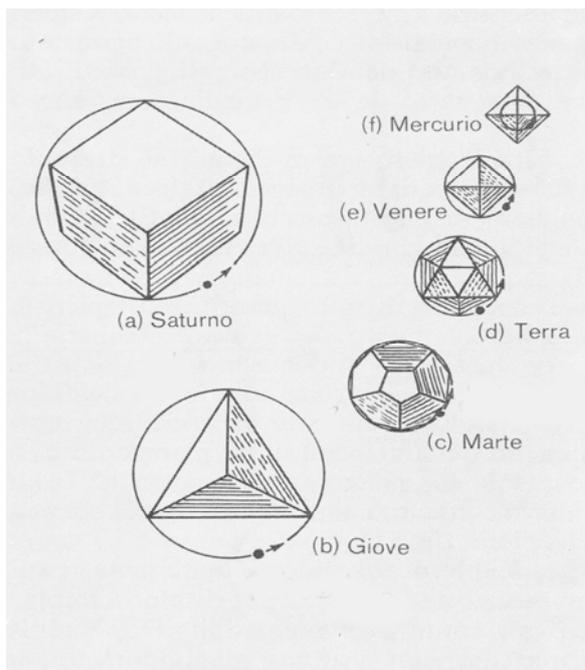


Fig. 21.10. La legge di Keplero delle orbite planetarie era basata sui cinque poliedri regolari. Secondo questa legge, una sfera avente raggio uguale all'orbita di Saturno è circonscritta attorno a un cubo (a). Una sfera inscritta entro questo cubo ha un raggio uguale al raggio dell'orbita di Giove. In (b) la sfera dell'orbita di Giove è mostrata con un tetraedro inscritto. Una sfera inscritta dentro questo tetraedro dà il raggio dell'orbita di Marte. In (c) la sfera dell'orbita di Marte contiene un dodecaedro inscritto. Una sfera inscritta entro di esso dà l'orbita della Terra (d). Possiamo continuare questo processo di inscrivere alternativamente sfere e poliedri regolari usando l'icosaedro (20 facce) e l'ottaedro che ci daranno le orbite di Venere (e) e di Mercurio (f), forniti, quest'ultima da una sfera inscritta nell'ottaedro. Keplero pensava che i cinque poliedri regolari dessero il modo di mettere in relazione tra di loro i raggi delle orbite planetarie. Poiché vi sono solo cinque poliedri regolari, Keplero pensava che vi potessero essere solo sei pianeti.

^(*) Per poliedro regolare si intende un corpo solido simmetrico dotato di facce piane fra loro identiche. Solo cinque tipi di poliedri regolari sono possibili.

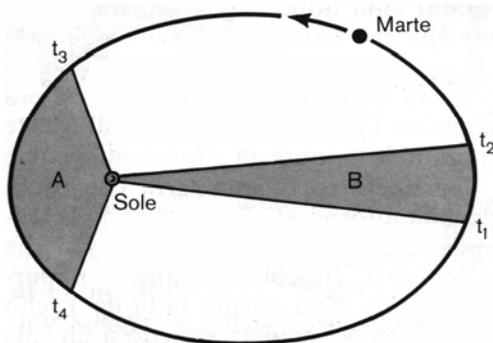


Fig. 21.11. La legge delle aree di Keplero. Marte si muove lungo la sua orbita con velocità variabile, muovendosi più velocemente quando è più vicino al Sole. Keplero trovò che per intervalli di tempo uguali, $t_2-t_1 = t_4-t_3$, le aree spazzate dalla linea che congiunge il Sole al pianeta sono uguali ($Area\ B = Area\ A$). Nel disegno è stato esagerato lo schiacciamento dell'ellisse per illustrare più chiaramente la legge delle aree.

Keplero adottò l'idea di Copernico di una Terra che ruota attorno al proprio asse e che si muove in un'orbita attorno al Sole: seguendo la tradizione, cercò dapprima di ottenere orbite possibili con un sistema di cerchi che si muovono su altri cerchi. Compì numerosi tentativi, ciascuno dei quali comportava calcoli lunghi e laboriosi: doveva infatti tradurre ogni misura fatta da Tycho dell'angolo tra Marte e le stelle fisse in una posizione del pianeta rispetto a un Sole fisso, intorno al quale la Terra stessa si muoveva.

Dopo circa settanta tentativi usando orbite del tipo «a cerchio eccentrico», Keplero trovò uno schema che si adattava abbastanza bene ai fatti. Ma, con suo sgomento, trovò che se estrapolava questa curva oltre il campo dei dati che egli aveva usato, si poneva in disaccordo con altre osservazioni fatte da Tycho sulla posizione di Marte.

Il disaccordo tra i dati di Brahe e i calcoli di Keplero era di circa $8/60$ di grado. (Questo è l'angolo descritto dalla lancetta dei secondi di un orologio in circa 0.02 s). Non poteva darsi che Tycho si fosse sbagliato di questa piccola quantità? Che il freddo di una notte d'inverno avesse intorpidito le sue dita o confuso le sue osservazioni? Keplero conosceva i metodi di Tycho e la cura coscienziosa che vi metteva. Tycho non avrebbe potuto mai sbagliare, neanche di una quantità così piccola. Così, in base ai dati di Tycho, Keplero ripudiò le curve che aveva costruite. Che grande omaggio fu questo all'abilità sperimentale del suo maestro!

Dicendo che «su questi otto minuti avrebbe tuttavia costruito una teoria dell'Universo», Keplero ricominciò daccapo. Rinunciando all'antica e cara idea del moto uniforme, egli considerò eventuali cambiamenti della velocità di un pianeta durante il suo moto orbitale attorno al Sole. Fece così la sua prima grande scoperta. Trovò infatti che la congiungente Sole-pianeta descrive aree uguali in tempi uguali. Questa è oggi nota come la seconda legge di Keplero (Fig. 21.11).

Dopo la scoperta della sua seconda legge, Keplero abbandonò finalmente il suo tentativo di costruire i moti planetari per mezzo di combinazioni di moti circolari uniformi e cominciò a provare diversi ovali come orbite possibili. Dopo molti laboriosi tentativi raggiunse finalmente uno dei suoi risultati più importanti, la sua cosiddetta prima legge: trovò infatti che ogni pianeta si muove lungo un'orbita ellittica di cui il Sole occupa uno dei fuochi. Si immagini la felicità di Keplero. Dopo anni di sforzi aveva finalmente trovato una curva semplice che descriveva i moti dei pianeti.

Keplero si mise poi a lavorare per trovare una relazione tra le dimensioni dell'orbita di un pianeta e il suo periodo, cioè il tempo di una rivoluzione del pianeta attorno al Sole. Dopo molti tentativi trovò la relazione precisa che stava cercando: per tutti i pianeti il rapporto tra il cubo del raggio dell'orbita e il quadrato del periodo è lo stesso ^(*). Non appena provò a calcolare questo rapporto, la regolarità si rivelò impressionante (si veda la Tabella 21.1). La costanza del rapporto R^3/T^2 costituisce la terza legge di Keplero.

Dopo questo successo Keplero scrisse: «... ciò che sedici anni fa insistevo si dovesse investigare... ciò per cui mi unii a Tycho Brahe ... ho alla fine riportato alla luce e ne riconosco la validità al di là di ogni mia più avanzata aspettativa Il dado è tratto, il libro è scritto e potrà essere letto ora o in futuro. Non mi preoccupa per questo: si può ben aspettare un secolo per un lettore giacché Dio ha aspettato seimila anni per un osservatore».

Keplero ha fatto fare all'astronomia un importante passo avanti. Ha tradotto le magnifiche tavole di dati di Tycho Brahe in un sistema semplice ma compiuto di curve e di regole. Questo sistema gli valse il titolo di «Legislatore dei Cieli».

^(*) Il raggio di un'orbita è dato dalla semisomma delle distanze minima e massima fra il Sole e il pianeta. Poiché le orbite planetarie non sono molto diverse da cerchi, per molti scopi sarà sufficiente la distanza dal Sole di un punto qualsiasi dell'orbita planetaria.

Tabella 21.1. La terza legge di Keplero.

Pianeta	Raggio R dell'orbita del pianeta in U.A.	Periodo T in giorni	R^3/T^2 (U.A.) ³ /(giorno) ²	Valori moderni di R^3/T^2 (m ³ /s ²)
Mercurio	0.389	87.77	7.64×10^{-6}	3.354×10^{18}
Venere	0.724	224.70	7.52×10^{-6}	3.352×10^{18}
Terra	1.000	365.25	7.50×10^{-6}	3.354×10^{18}
Marte	1.524	686.98	7.50×10^{-6}	3.354×10^{18}
Giove	5.200	4332.62	7.490×10^{-6}	3.355×10^{18}
Saturno	9.510	10759.20	7.430×10^{-6}	3.353×10^{18}

I valori delle orbite e dei periodi di questa tabella sono quelli usati da Keplero. Al tempo di Keplero erano noti soltanto i rapporti tra i raggi delle orbite dei pianeti e quello dell'orbita della Terra. Il raggio dell'orbita della Terra viene chiamato una unità astronomica di lunghezza. I valori quasi costanti di R^3/T^2 illustrano la terza legge di Keplero. I valori dell'ultima colonna sono basati su misure delle orbite e dei periodi più accurate e recenti.

Ecco gli enunciati delle **tre leggi di Keplero**:

- (1) Ogni pianeta si muove lungo una traiettoria ellittica di cui il Sole occupa uno dei fuochi.
- (2) La linea congiungente il Sole e il pianeta descrive aree uguali in tempi uguali.
- (3) Il rapporto R^3/T^2 è lo stesso per tutti i pianeti.

Se questo rapporto costante viene indicato con K , la terza legge si può scrivere: $R^3/T^2 = K$.

Le tre leggi di Keplero danno una rappresentazione delle orbite planetarie più accurata di quella ottenuta sia con il sistema tolemaico sia con quello copernicano, malgrado la complessità di tutti i loro cerchi in moto su altri cerchi. Cosa ancora più straordinaria, queste tre leggi furono dedotte da osservazioni fatte prima dell'invenzione del telescopio.

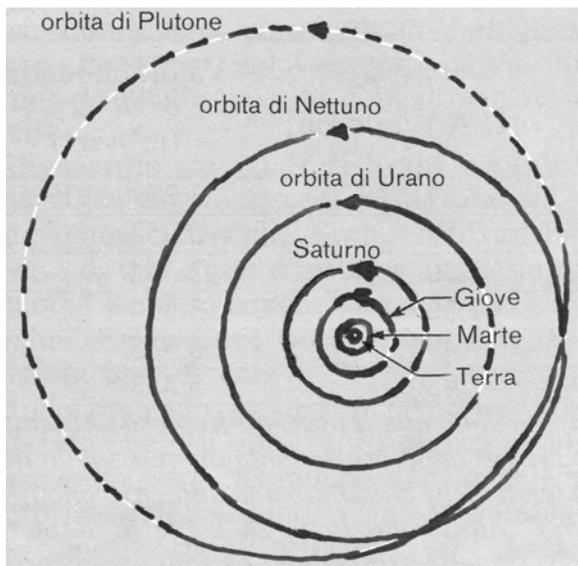


Fig. 21.12. Orbite approssimate dei pianeti principali. (Le orbite di Mercurio e Venere sono troppo piccole per poter essere riportate in questo disegno). Esse sono quasi circolari, eccetto quella di Plutone, e giacciono quasi nello stesso piano. Solo misure molto accurate mostrano che si tratta di ellissi. Le orbite di Mercurio e Plutone sono le più ellittiche e il piano dell'orbita di Plutone fa un angolo di 17° con i piani delle altre orbite. Nella figura la porzione dell'orbita di Plutone al di sotto del piano del foglio è rappresentata da una linea tratteggiata.

Tabella 21.2. Il sistema solare.

Oggetto	Massa (kg)	Raggio (m)	Periodo di rotazione (s)	Raggio medio dell'orbita (m)	Periodo di rivoluzione (s)
Sole	1.98×10^{30}	6.95×10^8	2.14×10^6	–	–
Mercurio	3.28×10^{23}	2.57×10^6	7.60×10^6	5.79×10^{10}	7.60×10^6
Venere	4.83×10^{24}	6.31×10^6	2.10×10^7	1.08×10^{11}	1.94×10^7
Terra	5.98×10^{24}	6.38×10^6	8.64×10^4	1.49×10^{11}	3.16×10^7
Marte	6.37×10^{23}	3.43×10^6	8.85×10^4	2.28×10^{11}	5.94×10^7
Giove	1.90×10^{27}	7.18×10^7	3.54×10^4	7.78×10^{11}	3.74×10^8
Saturno	5.67×10^{26}	6.03×10^7	3.60×10^4	1.43×10^{12}	9.30×10^8
Urano	8.80×10^{25}	2.67×10^7	3.88×10^4	2.87×10^{12}	2.66×10^9
Nettuno	1.03×10^{26}	2.48×10^7	5.69×10^4	4.50×10^{12}	5.20×10^9
Plutone	1.31×10^{22}	1.18×10^6	5.52×10^5	5.9×10^{12}	7.82×10^9
Luna	7.34×10^{22}	1.74×10^6	2.36×10^6	3.8×10^8	2.36×10^6

21.6. La descrizione cinematica e il problema dinamico

Le leggi di Keplero costituiscono la cinematica del sistema planetario: esse danno una semplice e precisa descrizione dei movimenti dei pianeti, ma non forniscono alcuna spiegazione dei moti in termini di forze. Anche la descrizione tolemaica del moto planetario era cinematica. Qual è la differenza essenziale tra le due descrizioni cinematiche?

Ambedue le descrizioni sono ragionevolmente precise e ognuna ci permette di predire dove potremo vedere un certo pianeta in un dato momento: la differenza sta nel punto di osservazione; e la descrizione di Keplero ci appare più semplice. Egli seguì Copernico nello scegliere le stelle fisse come sistema di riferimento rispetto al quale vengono descritti i moti planetari, e come Copernico usò il Sole come origine da cui misurare le posizioni dei pianeti. Descrivere i moti planetari prendendo come origine il Sole invece della Terra è più semplice e da questa semplice descrizione possiamo dedurre poi come devono apparire i moti planetari visti dalla Terra.

D'altra parte, non vi è niente di errato nel descrivere direttamente il moto prendendo come origine la Terra: è soltanto difficile e intricato poiché i moti che vediamo appaiono complicati e irregolari. In cinematica è la comodità e non qualche principio che determina il sistema di riferimento e l'origine da usare.

La situazione è simile a quella di un uomo che da Terra osservi il moto di un punto posto sulla periferia della ruota di un carro: egli vede il punto muoversi su una traiettoria cicloidale con una velocità che varia periodicamente da zero a un valore massimo; invece, un uomo che descriva il moto rispetto all'asse della ruota trova che il punto si muove su una circonferenza con velocità costante. Ambedue sono nel giusto e, se teniamo conto del moto dell'asse rispetto alla Terra, le due descrizioni sono equivalenti. Analogamente, le descrizioni geocentrica del sistema planetario sono equivalenti, così come lo sono i sistemi di Copernico e di Tycho Brahe (Fig. 21.7 e Fig. 21.8); adottare l'una o l'altra è questione di comodità. Ad esempio, nella navigazione è preferibile il punto di vista geocentrico non ci interessa affatto se i moti apparirebbero più semplici visti dal Sole: vogliamo sapere dove ci troviamo quando vediamo i pianeti in certe direzioni in un certo istante; di conseguenza, nella moderna navigazione astronomica delle navi e degli aeroplani, si usa il linguaggio geocentrico.

Tuttavia, quando vogliamo spiegare i moti planetari, la situazione è diversa. In primo luogo, dovremmo già sospettare che sarà tanto più facile raggiungere e capire la spiegazione dinamica, quanto più semplice sarà la descrizione del moto. Inoltre, sappiamo già che la legge del moto di Newton è valida solo in certi sistemi di riferimento. Anche il moto uniforme che si ha in assenza di forza risultante su un oggetto, non

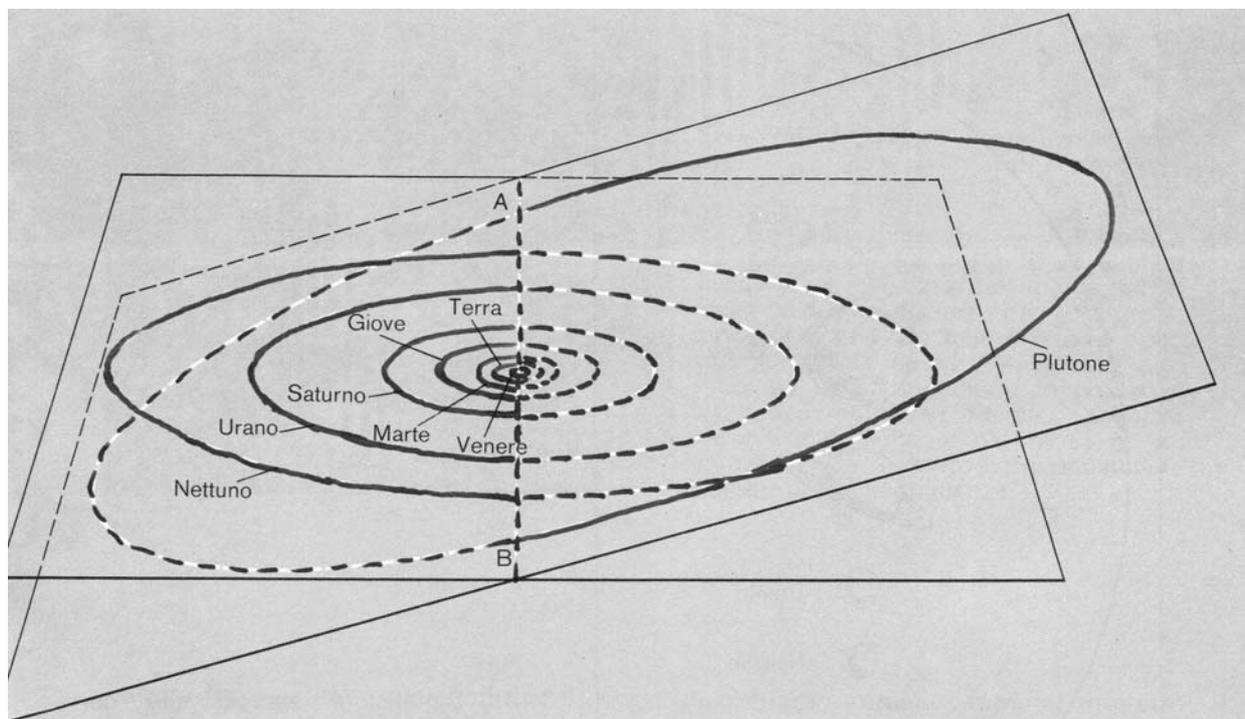


Fig. 2.13. Le orbite dei pianeti noti viste sotto un certo angolo. Notate che tutte le orbite, eccetto quella del pianeta più esterno Plutone, si trovano circa sullo stesso piano. In questa figura non è disegnata l'orbita di Mercurio perché troppo piccola.

sembrerà più tale a un osservatore che ruoti su se stesso come una trottola. Sappiamo che in questo caso compaiono complicate forze fittizie, e perciò non è facile trovare una spiegazione dinamica semplice. Di conseguenza, nel passare dalla cinematica alla dinamica, è importante trovare un sistema di riferimento privilegiato nel quale non compaiano forze fittizie a confonderci.

Per spiegare dinamicamente i moti planetari, dobbiamo scegliere un opportuno sistema di riferimento. Possiamo sceglierlo in modo che rispetto a esso la Terra sia ferma? Sembra che la risposta a tale domanda sia «no». In tutti i sistemi di riferimento di questo tipo, per spiegare i moti di pianeti, è necessario introdurre forze strane e irregolari che hanno sempre impedito di dare una qualunque spiegazione dinamica comprensibile. Potremmo solo rifugiarci nel punto di vista aristotelico, secondo cui i pianeti sono diversi dalla restante materia e i loro moti seguono leggi speciali loro proprie.

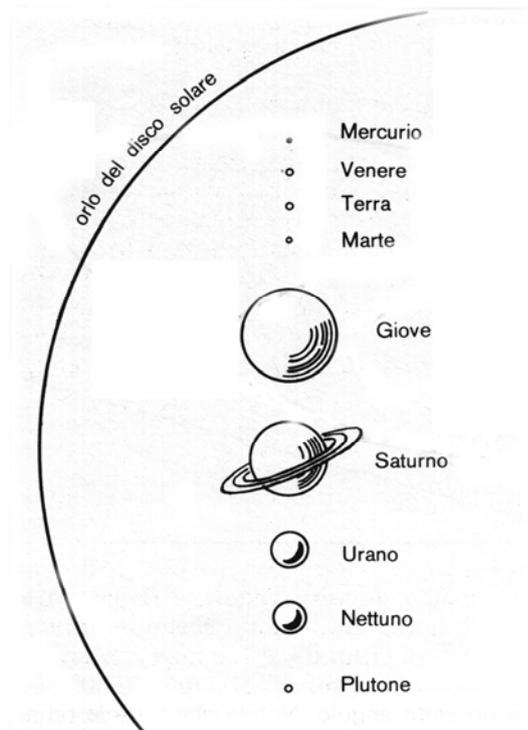


Fig. 2.14. Dimensioni approssimate dei pianeti rispetto al Sole. La massa totale dei pianeti è solo 1.34×10^{-3} della massa del Sole.

Il sistema tolemaico andava d'accordo con questo punto di vista aristotelico. Era anche in accordo con una dinamica geocentrica valida per gli oggetti terrestri e condusse all'idea che le orbite dei pianeti dovessero apparire più semplici se venivano osservate prendendo come centro la Terra (e non qualche altro punto): la maggior semplicità della descrizione eliocentrica di Keplero mette in crisi perciò l'intero modello aristotelico.

Tabella 21.3. Un modello in scala del sistema solare.

Oggetti nel sistema solare	Oggetti nel modello	Distanza dal «Sole»
Sole	Un pallone da pallacanestro	
Mercurio	Mezza capocchia di spillo	13 m
Venere	Un seme di mela	25 m
Terra	Un seme di mela	34 m
Marte	Un seme di mela	52 m
Giove	Una palla da golf	180 m
Saturno	Una palla da ping-pong	320 m
Urano	Una pallina	0.65 km
Nettuno	Una pallina	1.0 km
Plutone	Mezza capocchia di spillo	1.3 km
La stella più vicina	Un pallone da pallacanestro	8×10^3 km

È impossibile mostrare in un piccolo disegno con la stessa scala tanto le dimensioni relative quanto le distanze dei pianeti. La tabella dà un'idea delle dimensioni reali del sistema solare, ogni dimensione deve essere moltiplicata per 4.4×10^9 .

D'altra parte, nel sistema eliocentrico la Terra diventa un pianeta come gli altri: non c'è allora alcuna ragione per una speciale dinamica geocentrica, ma si può cercare invece un'unica dinamica, che includa i moti degli oggetti sulla Terra e i moti di tutti i pianeti, Terra inclusa; di fatto, proprio il punto di vista eliocentrico offrì il primo appiglio sul quale abbiamo costruito una spiegazione dinamica dei moti planetari. Nell'ultima parte di questo capitolo vedremo come il sistema eliocentrico si adatti bene alla nuova dinamica di Galileo e Newton. Così facendo seguiremo le orme di Newton. Con la descrizione eliocentrica e un sistema di riferimento collegato con le stelle fisse, troveremo che una legge semplice, che descrive la forza agente tra pezzi di materia, conduce ai moti planetari osservati, e li spiega in base alla stessa dinamica che si applica sulla Terra. Dopo che questa legge della forza gravitazionale fu postulata da Newton, è stata verificata con esperimenti su piccoli pezzi di materia anche sulla Terra, dimostrandosi valida qui come a distanze astronomiche. Così la ricerca di una dinamica in cui i moti fossero esattamente della stessa specie, qui come nei cieli, è stata coronata da successo; il modello geocentrico, non offre una spiegazione unificata come questa.

21.7. Tabelle dati:

TERRA :		Raggio equat. = 6.378×10^6 m	Raggio polare = 6.357×10^6 m			
		Raggio medio = 6.368×10^6 m	Massa TERRA = 5.98×10^{24} kg			
Nome satellite:	Altezza s.l.m. (km)	Distanza dal centro della Terra (m)	Distanza dal centro della Terra in unità R_{TERRA}	Periodo rivoluzione T (h)	Periodo rivoluzione T (s)	$g = (4 \cdot \pi^2 \cdot R) / T^2$ (m/s ²)
TERNI	0	6.368×10^6	1.00			9.81
LUNA	378032	3.844×10^8	60.36	655.68	2360448	2.7237×10^{-3}
Satelliti in geofisica:						
S.MARCO(Ita-1967)	205	6.573×10^6	1.03	1.47	5280	9.3080
COSMOS(Urss-1964)	350	6.718×10^6	1.05	1.52	5479	8.8348
ERTS(Usa-1972)	903	7.271×10^6	1.14	1.72	6180	7.5158
Satelliti meteorologici:						
TIROS	800	7.168×10^6	1.13	1.68	6039	7.7594
NIMBUS	1100	7.468×10^6	1.17	1.78	6422	7.1486
ESSA(Tiros M)	1450	7.818×10^6	1.23	1.91	6878	6.5243
Satelliti telecomunicaz.						
RELAY II (1963)	10000	1.6368×10^7	2.57	5.78	20820	1.4907
TELSTAR (1964)	15000	2.1368×10^7	3.36	8.58	30900	0.8835
TELSTAR II (1964)	20000	2.6368×10^7	4.14	11.83	42600	0.5736
INTELSAT IV	36000	4.2368×10^7	6.65	24	86400	0.2241
				$g \cdot R^2 = 4.02 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$		
COSTANTE TERRA		$K_T = R^3/T^2 = 1.019439 \times 10^{13} \text{ m}^3/\text{s}^2$				
GIOVE :		Raggio medio = 7.14×10^7 m	Massa GIOVE = 1.90×10^{27} kg			
Nome satellite:	Altezza s.l.m. (km)	Distanza dal centro pianeta (m)	Distanza dal centro Giove in unità R_{GIOVE}	Periodo riv. T (h)	Periodo riv. T (s)	$g = (4 \cdot \pi^2 \cdot R) / T^2$ (m/s ²)
Io	350200	4.216×10^8	5.90	42.48	152928	0.7117
Europa	599500	6.709×10^8	9.40	85.20	306720	0.2815
Ganimede	998600	1.07×10^9	14.99	171.60	617760	0.1107
Gallisto	1808600	1.88×10^9	26.33	400.56	1442016	0.0357
				$g \cdot R^2 = 1.27 \times 10^{17} \text{ m}^3/\text{s}^2$		
COSTANTE GIOVE		$K_G = R^3/T^2 = 3.204260 \times 10^{15} \text{ m}^3/\text{s}^2$				

SATURNO :		Raggio medio	= 6.03×10^7 m	Massa SATURNO		= 5.67×10^{26} kg
Nome satellite:	Altezza s.l.m. (km)	Distanza dal centro pianeta (m)	Distanza dal centro Saturno in unità $R_{SATURNO}$	Periodo riv. T (h)	Periodo riv. T (s)	$g = (4 \cdot \pi^2 \cdot R) / T^2$ (m/s ²)
Janus	99200	1.595×10^8	2.65	18.00	64800	1.4996
Dione	316700	3.77×10^8	6.25	65.76	236736	0.2656
Titano	1161700	1.222×10^9	20.27	382.80	1378080	0.0254
Phoebe	12869700	1.293×10^{10}	214.43	13209.60	47554560	0.00023
						$g \cdot R^2 = 3.79 \times 10^{16} \text{ m}^3/\text{s}^2$
COSTANTE SATURNO		$K_{Sat} = R^3/T^2 = 9.663447 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$				
SOLE :		Raggio medio	= 6.95×10^8 m	Massa SOLE		= 1.98×10^{30} kg
Nome satellite:	Altezza s.l.m. (km)	Distanza dal centro Sole (m)	Distanza dal centro Sole in unità R_{SOLE}	Periodo rivoluzione T (d)	Periodo rivoluzione T (s)	$g = (4 \cdot \pi^2 \cdot R) / T^2$ (m/s ²)
Mercurio ($M = 3.30 \times 10^{23}$ kg)	5.72×10^7	5.79×10^{10}	83.31	88	7.60×10^6	0.039541
Venere ($M = 4.869 \times 10^{24}$ kg)	1.07505×10^8	1.082×10^{11}	155.68	224.7	1.94×10^7	0.011333
Terra	1.48905×10^8	1.496×10^{11}	215.25	365.26	3.16×10^7	0.005930
Marte ($M = 6.422 \times 10^{23}$ kg)	2.27205×10^8	2.279×10^{11}	327.91	687	5.94×10^7	0.002554
Giove	7.77605×10^8	7.783×10^{11}	1119.86	4328.9	3.74×10^8	0.000220
Saturno	1.426305×10^9	1.427×10^{12}	2053.24	10752.9	9.29×10^8	0.000065
Urano	2.868905×10^9	2.8696×10^{12}	4128.92	30663.65	2.65×10^9	0.000016
Nettuno	4.495905×10^9	4.4966×10^{12}	6469.93	60152	5.20×10^9	0.000007
Plutone	5.899305×10^9	5.9×10^{12}	8489.21	90410.5	7.81×10^9	0.000004
						$g \cdot R^2 = 1.32 \times 10^{20} \text{ m}^3/\text{s}^2$
COSTANTE SOLE		$K_S = R^3/T^2 = 3.357708 \times 10^{18} \text{ m}^3/\text{s}^2$				
						Eccentricità orbite
TABELLA VALORI:						Mercurio 0.206
	Raggio medio (m)	Volume (m ³)	Massa (kg)	Densità relativa (Acqua = 1)		Venere 0.007
TERRA :	6.37×10^6	1.08167×10^{21}	5.976×10^{24}	5.52		Terra 0.017
GIOVE :	7.14×10^7	1.52470×10^{24}	1.9×10^{27}	1.31		Marte 0.093
SATURNO :	6.03×10^7	9.18418×10^{23}	5.67×10^{26}	0.704		Giove 0.048
SOLE :	6.95×10^8	1.40619×10^{27}	1.98×10^{30}	1.41		Saturno 0.056
LUNA :	1.74×10^6	2.0666×10^{19}	7.36×10^{22}	3.34		Urano 0.047
						Nettuno 0.009
						Plutone 0.249

21.8. Newton



Fig. 21.15. Sir Isacco Newton.

Isaac Newton nacque nel 1642, anno in cui morì Galileo. Egli unificò le scoperte fatte da Copernico, Keplero, Galileo e altri nel campo dell'astronomia e della dinamica, e a queste aggiunse le proprie scoperte fondendole in una struttura che ancora oggi resta uno dei più alti risultati della scienza. Il suo ingegno era così profondo e chiaro che gli fu possibile applicare con successo le leggi del moto a un numero sorprendente di fenomeni, dal movimento dei pianeti al crescere e al decrescere delle maree.

Tra il tempo di Keplero e quello di Newton era avvenuto un grande cambiamento nel pensiero scientifico. Dopo i lavori di Galileo si diffuse l'opinione che vi fossero leggi universali a governare il moto dei corpi e che queste leggi fossero applicabili tanto al moto nei cieli quanto al moto sulla Terra. Le discussioni scientifiche alla Società Reale di Londra vertevano spesso sulla domanda: «Quale specie di forza esercita il Sole sui pianeti facendoli muovere secondo le leggi scoperte da Keplero?». Newton rispose a tale domanda tenendo presenti le leggi di Keplero e creò

una dinamica planetaria così precisa, che per molti anni gli scienziati rimpiansero che non fosse rimasto più niente da fare.

Il primo sforzo di Newton per capire il moto dei corpi celesti fu rivolto allo studio del moto della Luna. Newton sapeva che se nessuna forza avesse agito sulla Luna, essa si sarebbe mossa in linea retta con velocità costante: invece, vista dalla Terra, la Luna seguiva una traiettoria quasi circolare; vi doveva essere perciò una accelerazione diretta verso la Terra e una forza responsabile di essa. Egli affermò:

«La Luna non può restare sulla sua orbita senza una tale forza. Se questa forza fosse troppo piccola, non la farebbe deviare abbastanza da un percorso rettilineo; se invece fosse troppo grande la farebbe deviare troppo e trascinerebbe la Luna fuori dalla sua orbita verso la Terra».

Qual è dunque la forza che fa sì che la Luna si muove attorno alla Terra? Newton disse che la risposta gli venne in mente mentre stava seduto in un giardino. Stava pensando a questo problema quando una mela cadde a Terra: la forza che la Terra esercitava sulla mela, egli pensò, poteva essere anche esercitata sulla Luna. La Luna poteva essere un grave, un corpo che tende a cadere come gli altri.

Nel paragrafo 20.2, abbiamo calcolato l'accelerazione della Luna verso la Terra e abbiamo trovato che è di circa $2.7 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$, valore per nulla prossimo a 9.8 m/s^2 , che è l'accelerazione di un corpo che cade alla superficie della Terra. Newton eseguì in sostanza gli stessi calcoli. Alla partenza, però, non disponeva di un valore molto preciso del raggio dell'orbita della Luna: sapeva tuttavia che esso era circa sessanta volte il raggio della Terra; usando un valore approssimato per il raggio della Terra, ottenne il raggio dell'orbita della Luna e poté calcolarne l'accelerazione. Quando trovò quanto fosse piccola l'accelerazione della Luna, Newton deve essersi domandato: perché l'accelerazione di un corpo che cade è tanto più grande di quella della Luna? Forse la forza con cui la Terra attrae un corpo decresce via via che il corpo si allontana? Se le cose stanno così, qual è la relazione esatta tra la forza e la distanza?

Newton aveva supposto che la Terra attraesse la Luna con lo stesso tipo di forza con cui attrae una mela che cade: se questa ipotesi era giusta, qualsiasi legge venisse postulata per la forza, essa avrebbe dovuto spiegare il valore g dell'accelerazione di un corpo alla superficie della Terra e il valore molto più piccolo dell'accelerazione della Luna. Newton spiegò molti anni più tardi che egli fu condotto a scoprire la corretta legge di forza con un lavoro di deduzione partendo dalla terza legge di Keplero. Egli abbandonò temporaneamente le forze esercitate dalla Terra, per considerare invece le forze esercitate dal Sole sui pianeti, cioè le forze centripete che obbligavano i pianeti a muoversi sulle loro orbite. Newton voleva sapere come variasse la forza agente su un pianeta in funzione del raggio dell'orbita del pianeta stesso. Vedremo ora come si possa calcolare questa forza.

Uno dei maggiori successi di Keplero fu l'aver dimostrato che le orbite planetarie sono ellissi. Ma tali ellissi sono poco diverse da cerchi, per cui per semplicità le approssimeremo a circonferenze aventi il Sole nel loro centro comune. Consideriamo un pianeta che ruota attorno al Sole con un periodo T lungo un'orbita circolare di raggio R . Come abbiamo visto nel paragrafo 14.4 a pag. 170, l'accelerazione centripeta di un pianeta o di un oggetto che si muove uniformemente lungo una circonferenza è:

$$a = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \quad [21.1]$$

Perciò la forza centripeta agente sul pianeta deve essere:

$$F = ma = \frac{m4\pi^2 R}{T^2} \quad [21.2]$$

dove m è la massa del pianeta. Questa è la forza che agisce sul pianeta.

Per eliminare il periodo T ed esprimere la forza in funzione solo di R ed m , Newton usò la terza legge di Keplero:

$$\frac{R^3}{T^2} = K \quad [21.3]$$

ossia:

$$T^2 = \frac{R^3}{K} \quad [21.4]$$

Sostituendo R^3/K al posto di T^2 nell'equazione [21.2] si trova che la forza agente su un pianeta è:

$$F = 4\pi^2 K \frac{m}{R^2}. \quad [21.5]$$

La forza è proporzionale alla massa del pianeta e inversamente proporzionale al quadrato della sua distanza dal Sole (Fig. 21.16).

Infine Newton riuscì a dimostrare che ogni corpo che si muove sotto l'azione di questa forza deve muoversi su un'orbita ellittica di cui il Sole occupa uno dei fuochi e che il segmento che congiunge il Sole con il corpo descrive aree uguali in tempi uguali. Sappiamo inoltre, in base al metodo con cui abbiamo dedotto la forza, eh anche la terza legge di Keplero potrà essere dedotta dalla stessa legge di forza L'intero sistema del moto planetario descritto dalle leggi di Keplero discende dunque da questa legge della forza e dalla legge del moto di Newton (*).

21.9. La gravitazione universale

Si osservi che il fattore $4\pi^2 K$ che figura nella legge della forza agente tra il Sole un pianeta è stato tratto dalla legge dei periodi ed è quindi lo stesso per ogni pianeta di massa qualsiasi ruotante su una qualsiasi orbita attorno al Sole. Perciò $4\pi^2 K$ dipende solo dalle caratteristiche del Sole: questo fattore è una misura della capacità del Sole di funzionare come sorgente di forza di attrazione.

La forza gravitazionale agente tra il Sole e una massa m è:

$$F = \frac{(4\pi^2 K_S) \cdot m}{R^2} \quad [21.6]$$

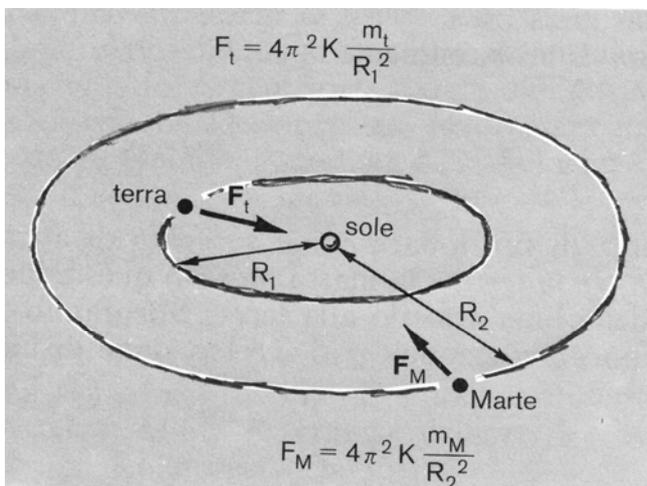


Fig. 21.16. La forza gravitazionale esercitata dal Sole su un pianeta è direttamente proporzionale alla massa del pianeta e inversamente proporzionale al quadrato della sua distanza dal Sole.

(*) Anche Huygens e Hooke usarono la terza legge di Keplero e la legge del moto di Newton per dedurre che F è proporzionale a $1/R^2$, ma essi non mostrarono che ne derivavano le altre leggi di Keplero. Newton scoprì la legge del moto, trovò la legge della forza e mostrò anche come ne derivasse la descrizione di Keplero dei moti planetari.

dove $4\pi^2 K_S$ si riferisce al Sole e R è la distanza tra il Sole e la massa m . Allora la forza agente tra la Terra e una massa m è probabilmente:

$$F = \frac{(4\pi^2 K_T) \cdot m}{R^2} \quad [21.7]$$

dove $4\pi^2 K_T$ misura la capacità della Terra di funzionare come sorgente di attrazione gravitazionale e R è ora la distanza tra la Terra e la massa m . Con queste idee Newton ritornò al problema del moto della Luna attorno alla Terra. Misurando R dal centro della Terra, il valore del campo gravitazionale g (l'accelerazione di una massa che cade alla superficie terrestre) è:

$$g = \frac{F}{m} = \frac{4\pi^2 K_T}{R_T^2} \quad [21.8]$$

è il raggio della Terra, la distanza cioè tra il centro della Terra e una massa m sulla sua superficie. Inoltre, il valore del campo gravitazionale alla distanza della Luna, cioè l'accelerazione della Luna verso la Terra, è:

$$a_L = \frac{4\pi^2 K_T}{R_{TL}^2} \quad [21.9]$$

dove R_{TL} è la distanza dal centro della Terra al centro della Luna. Dividendo questa equazione per la precedente si trova:

$$\frac{a_L}{g} = \frac{R_T^2}{R_{TL}^2}, \quad [21.10]$$

ossia

$$a_L = \frac{R_T^2}{R_{TL}^2} g. \quad [21.11]$$

Poiché Newton sapeva che R_T/R_{TL} è circa $1/60$ e g è 9.8 m/s^2 , ne dedusse il valore $a_L \cong 2.7 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$. Questo è circa lo stesso valore di a_L ottenuto ricavandolo dal periodo e dal raggio dell'orbita della Luna (paragrafo 20.2).

Newton aveva così ottenuto l'accelerazione della Luna in due modi diversi: partendo da R_{TL} e dal periodo del moto della Luna, senza alcun riferimento alla legge dell'inverso del quadrato della distanza, e partendo dal valore di g alla superficie della Terra, usando la legge dell'inverso del quadrato attraverso il rapporto $(R_T/R_{TL})^2$. L'accordo approssimativo tra i valori ottenuti rafforzava la sua idea che la forza agente tra la Terra e la Luna fosse della stessa specie di quella tra il Sole e i pianeti: erano entrambe forze gravitazionali, come la forza agente sulla mela che cade. Si noti che Newton scoprì la legge della forza e l'applicò al problema della Luna all'età di 24 anni. Probabilmente, soltanto diversi anni dopo le sue prime scoperte, dimostrò che dalla legge della forza gravitazionale si deducevano tutte le leggi di Keplero. Più tardi Newton scrisse di questo periodo: «Nello stesso anno cominciai a pensare che la gravità si estendesse fino all'orbita della Luna, e ... dalla Regola di Keplero (la Terza Legge) ... dedussi che le forze che mantengono i pianeti sulle loro orbite devono (variare) inversamente al quadrato delle loro distanze dai centri attorno ai quali i pianeti ruotano: confrontai quindi la forza necessaria per mantenere la Luna sulla sua orbita con la forza di gravità alla superficie della Terra e trovai che esse corrispondevano molto bene. Tutto ciò accadde nei due anni della pestilenza del 1665 e 1666, perché in quei giorni ero nel pieno rigoglio della mia età per quanto riguarda la forza inventiva, e mi occupai di Matematica e Filosofia più che in qualsiasi altro momento successivo».

Certamente Newton sospettò che la legge di attrazione secondo l'inverso del quadrato della distanza fosse valida non solo per il Sole e i pianeti o per la Terra e la Luna, ma anche per due qualsiasi pezzi di materia. Questo sospetto porta immediatamente a chiedersi: quale proprietà di un corpo determina la sua attrazione gravitazionale per altre masse? Quale proprietà della Terra determina il valore di $4\pi^2 K_T$ per la Terra? Cosa determina il valore di $4\pi^2 K_S$ per il Sole? Forse $4\pi^2 K$ dipende da qualche nuova proprietà dei corpi; ma se l'attrazione gravitazionale è una proprietà comune a tutti i corpi, è ragionevole supporre che $4\pi^2 K$ dipenda dalla quantità di materia nel corpo. L'ipotesi più semplice è che $4\pi^2 K$ sia proporzionale alla massa del corpo. Allora nel caso della Terra:

$$4\pi^2 K_T = GM_T \quad [21.12]$$

e nel caso del Sole:

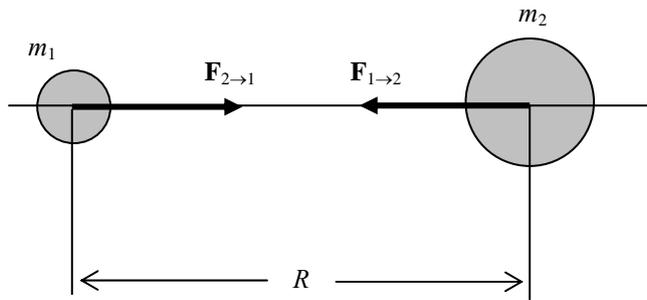


Fig.21.17. La forza gravitazionale esercitata da m_1 su m_2 è uguale e opposta alla forza esercitata da m_2 su m_1 .

$$4\pi^2 K_S = GM_S \quad [21.13]$$

G è per ogni corpo il fattore di proporzionalità tra $4\pi^2 K$ e m .

Newton fece proprio questa ipotesi per cui la forza gravitazionale di attrazione che un corpo di massa m_1 esercita su un corpo di massa m_2 a una distanza R diventa:

$$F_{1 \rightarrow 2} = (4\pi^2 K_1) \frac{m_2}{R^2} = Gm_1 \frac{m_2}{R^2} \quad [21.14]$$

Inoltre, poiché ogni massa attrae gravitazionalmente ogni altro pezzo di materia, anche la massa m_2 esercita una forza gravitazionale su m_1 e poiché $4\pi^2 K_2 = Gm_2$ questa forza d'attrazione esercitata da m_2 su m_1 è:

$$F_{2 \rightarrow 1} = (4\pi^2 K_2) \frac{m_1}{R^2} = Gm_2 \frac{m_1}{R^2}. \quad [21.15]$$

Queste due forze sono di verso opposto, ma uguali in grandezza (Fig. 21.17).

L'espressione $F = G(m_1 \cdot m_2 / R^2)$ della intensità della forza d'attrazione riassume la legge della gravitazione universale di Newton: due corpi qualsiasi si attraggono l'un l'altro con una forza proporzionale alla massa di ciascuno e inversamente proporzionale al quadrato della distanza tra essi. La costante di gravitazione universale, G , non dipende dagli oggetti considerati, né dalla loro posizione, né dal loro stato di moto.

Non sappiamo nei particolari come Newton giunse alla legge della gravitazione universale. Oltre alla ragione che abbiamo portato per rendere plausibile la legge, un certo numero di altre considerazioni possono aver suggerito lo stesso risultato. Per esempio, come abbiamo già visto, Newton pervenne a supporre che le forze di interazione tra due corpi siano sempre uguali ed opposte (terza legge della dinamica o principio di azione e reazione), e poteva già aver avuto in mente questa idea quando formulò la legge della gravitazione universale. In ultima analisi, qualunque sia la strada attraverso cui Newton fu condotto alla legge della gravitazione universale, la legge risulta valida o meno secondo la coerenza tra le previsioni che si possono trarre da essa e il reale comportamento dell'Universo. Sulla base di questa legge, Newton fu in grado di fare un grande passo avanti nella costruzione di un modello teorico dell'Universo.

Quesiti

- 21.1. Il raggio dell'orbita della Luna è 60 volte il raggio della Terra. L'accelerazione di un corpo che cade sulla Terra quante volte è maggiore dell'accelerazione della Luna verso la Terra?
- 21.2. Qual è il rapporto tra la forza che il Sole esercita su un astronauta sulla Terra e la forza che il Sole esercita sullo stesso astronauta su Venere? (Si veda la Tabella 21.2 a pag.236)
- 21.3. A che altezza sopra la superficie della Terra un razzo è soggetto a una forza gravitazionale pari alla metà di quella a cui sarebbe soggetto al livello del mare? Esprimete la risposta in raggi terrestri.
- 21.4. Qual è il rapporto tra la forza gravitazionale che il Sole esercita sulla Terra e la forza gravitazionale che la Terra esercita sul Sole?
- 21.5. (a) Esprimete l'accelerazione gravitazionale sulla superficie della Terra in funzione della costante di gravitazione universale G , della massa della Terra M_T e del raggio della Terra R_T .
(b) Usando la risposta al punto (a), calcolate la massa della Terra, sapendo che $R_T = 6.38 \times 10^6$ m.

21.10. Alcuni degli ulteriori risultati di Newton

Newton applicò la legge della gravitazione universale a una grande varietà di problemi. Come abbiamo già detto, dalla legge di gravitazione universale egli ricavò tutte e tre le leggi empiriche di Keplero. Esaminò poi le maree e le spiegò sulla base della forza gravitazionale esercitata dalla Luna sia sulla Terra che sugli oceani. Cominciò quindi ad analizzare le piccole irregolarità (perturbazioni) delle orbite planetarie. Queste piccole deviazioni dei pianeti dalle previste orbite ellittiche possono essere spiegate per mezzo delle piccole interazioni gravitazionali tra gli stessi pianeti. Infatti, la Terra non soltanto è attratta dal Sole, ma lo è anche in diversa misura da ciascuno degli altri pianeti. Queste attrazioni sono relativamente piccole a causa delle piccole masse dei pianeti rispetto a quella del Sole; i loro effetti possono però essere osservati e sono esattamente previsti dalla teoria di Newton. Più tardi, questa teoria delle perturbazioni condusse alla scoperta di un nuovo pianeta. Nel secolo diciannovesimo erano conosciuti sette pianeti. Di questi, i sei primitivi si comportavano secondo le previsioni, ma il settimo, Urano, scoperto da Herschel nel 1781, non si comportava esattamente come ci si aspettava: calcolate le perturbazioni sulla sua orbita dovute agli altri pianeti, i risultati non si trovarono d'accordo con tutte le particolarità del moto osservato. Gli astronomi Adams e Leverrier giunsero indipendentemente alla conclusione che vi doveva essere un altro pianeta ancora sconosciuto (ancora più lontano dal Sole, ma tanto vicino da influenzare il moto di Urano); il 23 settembre del 1846 l'astronomo Galle trovò il nuovo pianeta là dove Leverrier gli aveva detto di guardare. Questo nuovo pianeta fu chiamato Nettuno. Nel 1930 fu scoperto Plutone da Clyde Tombaugh e classificato come il nono pianeta; in realtà si tratta di un pianeta nano orbitante nelle regioni periferiche del sistema solare, con un'orbita eccentrica a cavallo dell'orbita di Nettuno. Plutone fu riclassificato come pianeta nano il 24 agosto 2006 e battezzato formalmente 134340 Pluto dalla Unione Astronomica Internazionale (UAI o IAU in inglese), Plutone è il secondo più massiccio pianeta nano del sistema solare, dopo Eris, e il decimo corpo celeste più massiccio che orbita direttamente attorno al Sole.

Tra i molti altri problemi ai quali Newton applicò la legge di gravitazione universale, uno ci interessa in maniera particolare. Riguarda il calcolo dell'accelerazione della Luna a partire dalla legge dell'inverso del quadrato della distanza e dal valore di g sulla superficie della Terra (par. 21.9). Quando svolse originariamente questo calcolo, Newton usò le distanze R_T e R_{TL} dal centro della Terra. Sebbene il centro della Terra sia la posizione naturale da cui misurare R , Newton non era sicuro che fosse la posizione giusta. Poiché aveva l'impressione che la legge dell'inverso del quadrato della distanza valesse per due pezzi qualsiasi di materia, Newton pensava che l'attrazione gravitazionale della Terra su un oggetto fosse la risultante delle forze che lo attraevano verso ciascun pezzo di materia costituente la Terra. I diversi pezzi di materia che costituiscono la Terra si trovano a distanze diverse da un oggetto posto sulla superficie terrestre. Agendo tutti insieme, producono su questo oggetto la stessa forza che produrrebbero se fossero tutti concentrati nel centro della Terra? La forza è sempre proporzionale a $1/R^2$ anche in prossimità della superficie della Terra? Prima di ritenersi soddisfatto, Newton dovette risolvere il problema matematico di sommare tutte le forze derivanti da tutti i pezzi di materia di cui è costituita la Terra e dovette provare che il risultato di questa somma vettoriale era, per ogni corpo esterno alla Terra, una forza d'attrazione inversamente proporzionale al quadrato della distanza.

Oggi possiamo risolvere questo problema applicando un elegante teorema matematico; ma ai tempi di Newton questo teorema era sconosciuto. Newton stesso inventò un particolare metodo matematico (che ora si chiama calcolo infinitesimale) necessario per risolvere questo e simili problemi, e quando ottenne la risposta trovò che la sua ipotesi di partenza era giusta. Quando le forze decrescono col quadrato della distanza da ogni pezzo di materia, i corpi sferici si attraggono l'un l'altro come se tutta la loro massa fosse concentrata nei loro centri: Newton ne fu felicissimo.

21.11. Verifiche della legge di gravitazione universale in laboratorio

Il modo diretto per verificare se la legge della gravitazione universale di Newton è in accordo con il comportamento di tutta la materia è quello di misurare in laboratorio le forze gravitazionali agenti tra due pezzi di materia. Si tratta di mettere in evidenza che fra due masse si esercita un'attrazione gravitazionale e di misurare la forza agente su ciascuna di esse; dovremo usare oggetti di materiali diversi per verificare che solo la massa determina l'attrazione. Se troviamo che la legge va d'accordo con le nostre misure, determineremo allora la costante universale di proporzionalità G .

Tali esperimenti sono difficili. Anche quando due pietre si trovano molto vicine tra loro, esse non si attraggono reciprocamente in maniera sensibile e possiamo capire il perché con una grossolana valutazione di

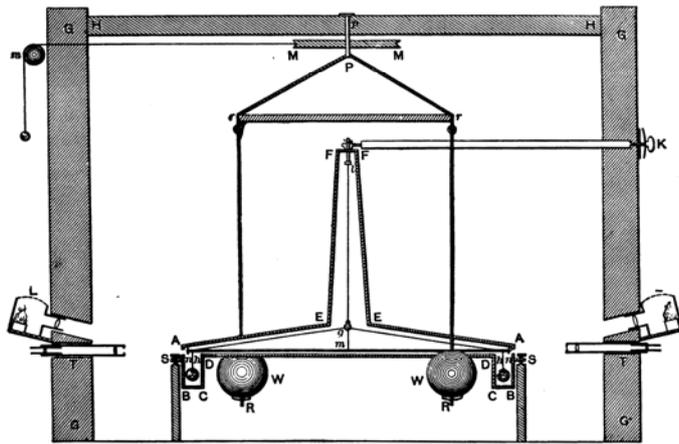


Fig. 21.18. Uno schizzo del dispositivo di Cavendish come apparve nel suo lavoro originale. Le due masse grandi sono indicate con W e quelle piccole con X . Notate che tutto il dispositivo è montato entro una grande custodia G con comandi esterni per muovere i pesi e aggiustare la sbarretta orizzontale. Le scale in A vicino alle estremità della sbarretta erano illuminate dalle lampade L e osservate attraverso i telescopi T .

G . Secondo la legge della gravitazione universale, la forza gravitazionale agente su una massa m posta sulla superficie della Terra è:

$$F = G \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}. \quad [21.16]$$

Il campo gravitazionale g è perciò:

$$g = \frac{F}{m} = G \frac{M_T}{R_T^2}. \quad [21.17]$$

In questa equazione g è noto, e vale 9.8 m/s^2 ; sappiamo inoltre che il raggio della Terra è $R_T = 6.38 \times 10^6 \text{ m}$ (Newton ne conosceva un valore approssimato). Perciò, per determinare G , abbiamo bisogno solo della valutazione della massa della Terra. Newton fece questa stima. Immaginò un valore ragionevole per la densità media della Terra, circa cinque volte la densità dell'acqua, e lo moltiplicò per il volume della Terra. La massa della Terra viene così valutata a circa $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ e l'ordine di grandezza di G è allora $10^{-10} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$.

Oggi noi conosciamo esattamente G . Il suo valore è $6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$. Applicando questo risultato al caso di due pietre distanti 10 cm, ciascuna di massa uguale a 1 kg, troviamo che l'attrazione gravitazionale reciproca dovrebbe essere circa 10^{-8} newton, cioè circa un milionesimo della forza che le attira verso la Terra. Newton concluse che «la gravitazione (tra tali pietre) doveva essere troppo piccola per cadere sotto l'osservazione dei nostri sensi». Perciò rivolse la sua attenzione al calcolo delle interazioni gravitazionali dei pianeti e dei loro satelliti a cui abbiamo accennato nell'ultimo paragrafo.

Cento anni dopo, nel 1798, Lord Cavendish riuscì a misurare l'interazione gravitazionale direttamente in laboratorio. Il dispositivo sperimentale che egli usò è schematizzato in Fig. 21.18. Due piccole sfere erano montate agli estremi opposti di una leggera asticciola, lunga due metri, sospesa orizzontalmente mediante un

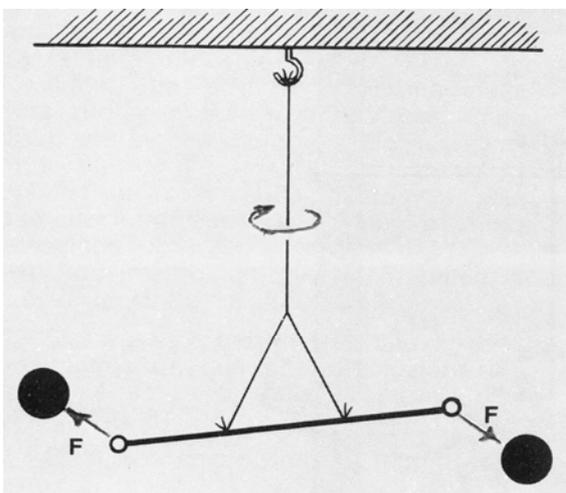


Fig. 21.19. Disegno semplificato del dispositivo usato da Cavendish per verificare la legge della gravitazione universale per oggetti piccoli e per misurare la costante gravitazionale G .

sottile filo metallico verticale, il cui prolungamento passava per il suo centro. Alle estremità dell'asticciola e sui bordi dell'involucro che conteneva il dispositivo, Cavendish montò due regoli di avorio con cui misurare la posizione della sbarra. Quando Cavendish metteva due grosse masse vicino alle sferette fissate alle estremità dell'asticciola, le sferette venivano attratte verso le grosse masse e la sospensione di filo metallico si torceva.

Cavendish registrava la posizione della sbarretta mentre la sospensione era in torsione, con le grosse masse disposte come in Fig. 21.19. Indi spostava ciascuna delle grandi masse in posizione simmetrica dall'altra parte delle sferette. L'attrazione gravitazionale faceva torcere la sospensione in direzione opposta ed egli registrava la nuova posizione. Misurando gli spostamenti dell'asta quando forze note venivano applicate alle sferette, Cavendish poté trovare l'intensità delle forze gravitazionali agenti tra le sferette e le grosse masse, ragionando nel seguente modo: la forza corrispondente a diverse torsioni della sospensione può essere trovata dinamicamente rimuovendo le grandi masse e lasciando che la sbarretta oscilli orizzontalmente con le sferette, torcendo in un senso e nell'altro il filo metallico. Il moto dell'asticciola dipende dalle masse note delle sferette e dalle forze esercitate su di esse dalla sospensione sottoposta a torsione. La grandezza di queste forze può essere perciò determinata dallo studio del moto. Consideriamo ora tutto il sistema fermo con le grandi masse in posizione. La forza risultante agente su ciascuna sferetta deve essere zero. Ma la sospensione è soggetta a torsione a causa delle forze gravitazionali agenti fra le grosse masse e le sferette poste sulla sbarra. La forza risultante, che è zero, è la risultante della forza gravitazionale e della forza esercitata dalla sospensione soggetta a torsione. La forza gravitazionale è perciò uguale in grandezza alla forza esercitata dalla sospensione e di verso opposto. Poiché conosciamo ora la forza esercitata dalla sospensione, conosciamo anche la forza gravitazionale.

In pratica Cavendish eseguì numerosi esperimenti. Dovette tener conto di eventuali effetti estranei quali le correnti convettive nell'aria dovute a leggere differenze di temperatura. Volle inoltre essere sicuro di non misurare per errore forze magnetiche. Occorsero parecchie sperimentazioni prima che Cavendish fosse sicuro che i suoi risultati fossero riproducibili e che ne determinasse la precisione. Con questi esperimenti Cavendish determinò il valore di G . Egli espresse i suoi risultati in termini di densità media della Terra, che risultò molto vicino a 5 volte e mezzo quella dell'acqua, molto vicino alla stima di Newton.

Usando sostanze diverse per le sferette e le grosse masse, possiamo modificare l'esperimento di Cavendish, per mostrare che sono le masse soltanto a determinare l'attrazione gravitazionale. E cambiando le posizioni relative delle piccole e delle grosse masse, possiamo verificare la legge dell'inverso del quadrato delle distanze in laboratorio anziché su distanze planetarie. Sono stati effettuati diversi esperimenti di Cavendish modificati e fino a ora la legge della gravitazione universale di Newton va d'accordo con tutti questi esperimenti.

21.12. Una piccola discrepanza

Sono passati più di 300 anni dagli studi di Newton sulla gravitazione. Durante questo tempo la legge della gravitazione è stata verificata attraverso i calcoli più dettagliati del movimento dei pianeti e delle loro lune. In quasi tutti i casi, i calcoli hanno previsto orbite in accordo con le osservazioni effettuate. Vi è tuttavia un'eccezione: una irregolarità estremamente piccola nell'orbita del pianeta Mercurio che non è prevista dalla legge di gravitazione di Newton. Anche se questa discrepanza è molto piccola, è necessaria una teoria più perfezionata per spiegarla.

Tale teoria è stata enunciata da Albert Einstein nella sua teoria della relatività generale. Il nocciolo di questa teoria è costituito dalla singolare equivalenza tra massa gravitazionale e massa inerziale. Einstein ne fece un unico ente. La sua teoria è costruita sulla teoria di Newton così come la teoria di Newton era costruita sui lavori di Galileo e Keplero e da essa si ricavano tutti i risultati della teoria di Newton (ma i calcoli sono più difficili). In realtà, quando diciamo che questa teoria dà gli stessi risultati, vogliamo dire che le differenze tra le previsioni della teoria gravitazionale di Einstein e la meccanica di Newton sono di solito così piccole che non possono essere osservate. Le differenze previste sono osservabili solo in circostanze eccezionali. L'orbita di Mercurio è una di queste rare eccezioni. In questo caso le previsioni di Einstein su quell'orbita mettono in accordo la teoria con l'osservazione.

Problemi di fine capitolo

- 21.6.** Tre lucciole X , Y e Z si sono posate su di una bicicletta che viaggia di notte. X è proprio al centro di uno degli assi di una ruota. Y è sul bordo della ruota. Z è solidale con la bicicletta al di fuori della circonferenza della ruota. Eseguite uno schizzo e usate poche parole per descrivere i moti:
- di X e Y viste da Z ;
 - di Y e Z viste da X ;
 - di X e Z viste da Y ;
 - di tutte e tre viste da un osservatore che si trova fermo sulla strada mentre la bicicletta passa.
- 21.7.** Le stelle fisse viste da un osservatore sulla Terra compiono un giro in un giorno circa. Qual è la durata apparente delle seguenti rivoluzioni:
- della sfera delle stelle fisse viste da un osservatore sulla Luna (dalla Terra si vede sempre la stessa faccia della Luna);
 - della Terra intorno alla Luna vista dalla Luna;
 - del Sole visto dalla Luna. Sembrerà che il Sole ruoti come se fosse una delle stelle fisse? oppure più velocemente o più lentamente? Ricordate che la Terra e la Luna compiono un giro attorno al Sole in un anno.
- 21.8.** L'orbita della Terra attorno al Sole è quasi circolare e la Luna si muove su di un'orbita quasi circolare attorno alla Terra. Il raggio dell'orbita terrestre è 1.5×10^{11} m e quello dell'orbita Lunare è 4×10^8 m.
- Ogni quanto tempo la Luna si trova tra la Terra e il Sole?
 - Di quanto è ruotata la Luna attorno al Sole nell'intervallo tra due posizioni successive nelle quali la Luna si trova tra la Terra e il Sole?
 - Fate uno schizzo dell'orbita della Terra attorno al Sole e nella stessa figura disegnate anche l'orbita della Luna attorno al Sole.
 - Ad un osservatore posto sul Sole può la Luna apparire dotata di moto retrogrado? (Un movimento retrogrado è simile a quello mostrato in Fig. 21.2).
- 21.9.** Quale area è descritta da Giove mentre compie un quarto di rivoluzione intorno al Sole? ((Si veda la Tabella 21.2 a pag.236)
- 21.10.** Quanti metri quadri al secondo descrive il raggio Sole-Terra?
- 21.11.** La Tabella 21.1 a pag. 236 non comprende Urano, Nettuno e Plutone. Quale valore del rapporto R^3/T^2 prevedi per ciascuno di questi pianeti?
- 21.12.** Se si scoprisse un piccolo pianeta la cui distanza dal Sole fosse otto volte quella della Terra, quante volte più grande sarebbe il suo periodo di rivoluzione intorno al Sole?
- 21.13.** Fra il 21 settembre e il 21 marzo vi sono tre giorni in meno che fra il 21 marzo e il 21 settembre. In corrispondenza a queste date, il giorno e la notte sono di uguale durata e nell'intervallo di tempo compreso fra queste due date la Terra si sposta di 180° rispetto al Sole lungo la propria orbita. In base a ciò e alla legge delle aree di Keplero, spiega come si può determinare la parte dell'anno durante la quale la Terra è più vicina al Sole.
- 21.14.** Gli astronomi hanno osservato che la cometa di Halley ha un periodo di 75 anni e che la sua distanza minima dal Sole è 8.9×10^{10} m, ma la sua distanza massima dal Sole non può essere misurata perché la cometa non è visibile. Usate queste informazioni insieme alla nota a piè di pag. 235 relativa al paragrafo 21.5, per calcolare la sua massima distanza dal Sole. (Fu Newton che disse a Halley come calcolare l'orbita di una cometa. Halley trovò e calcolò l'orbita e il periodo della cometa che porta il suo nome nel corso di un'analisi generale svolta sulle orbite delle comete).
- 21.15.** (a) Ricavare K_T dalle Tabelle dati del paragrafo 21.7 a pag. 239.
 (b) Usando il valore di K_S dato dalla Tabella 21.1 a pag. 236 e il valore trovato in (a), calcolate il rapporto fra la massa della Terra e la massa del Sole.
- 21.16.** (Il moto della Luna è più facilmente descrivibile nel sistema di riferimento in cui il Sole è fermo o nel sistema di riferimento in cui la Terra è ferma. Perché?
- 21.17.** (a) A quale altezza dovrà muoversi un satellite del piano equatoriale per sembrare fermo al di sopra di una certa località posta sull'equatore terrestre?
 (b) Quanto vale l'accelerazione centripeta del satellite?
 (c) Usando la legge dell'inverso del quadrato della distanza e il valore di g sulla superficie della Terra, determina il campo gravitazionale all'altezza del satellite. Confronta questa risposta con quella data in (b).
- 21.18.** Un satellite compie un giro intorno alla Terra una volta ogni 95 minuti a una altezza media di 500 km.

Calcola la massa della Terra. Le masse dei pianeti sono effettivamente calcolate per mezzo dei moti dei satelliti e uno dei motivi per cui si mettono in orbita satelliti artificiali è quello di ottenere valori più precisi per la massa della Terra.

- 21.19.** Un'astronave di 10^4 kg sta viaggiando verso i confini estremi del sistema solare, per compiere una missione di lunga durata. Dall'astronave è stato lanciato un piccolo satellite sperimentale che ruota intorno a essa a una distanza di 120 m sotto l'azione della reciproca attrazione gravitazionale.
- Qual è il periodo di rivoluzione del satellite?
 - Qual è la velocità del satellite?
- 21.20.** (a) A quale altezza dovrà muoversi un satellite nel piano equatoriale per sembrare fermo al di sopra di una certa località posta sull'equatore terrestre? Un modo per trovare la risposta è quello di confrontare questo satellite con la Luna che si trova a 59.5 raggi terrestri dal centro della Terra e impiega 27 giorni per fare un giro intorno alla Terra.
- Quanto vale l'accelerazione centripeta del satellite?
 - Usando la legge dell'inverso del quadrato della distanza e il valore di g sulla superficie della Terra, determina il campo gravitazionale all'altezza del satellite. Confronta questa risposta con quella data in (b).
- 21.21.** Quale peso ha su Giove un uomo di 100 kg?
- 21.22.** Un ragazzo di 70 kg sta a 1 metro da una ragazza di 60 kg. Calcolate la forza di attrazione (gravitazionale) fra essi.
- 21.23.** (a) Se T è il periodo di un satellite che ruota appena al di sopra della superficie di un pianeta la cui densità media è ρ si mostri che ρT^2 è una costante universale.
- Qual è il valore della costante?
- 21.24.** (a) Com'è la velocità della Luna attorno al Sole rispetto a quella della Terra attorno al Sole?
- Se la Terra potesse essere allontanata istantaneamente senza disturbare il moto della Luna, quale sarebbe la successiva traiettoria della Luna?
 - Calcolate il rapporto tra la forza di attrazione esercitata dal Sole sulla Luna e la forza esercitata dalla Terra sulla Luna.
 - Perché il Sole non cattura la Luna sottraendola alla Terra?
- 21.25.** Supponi che la Terra sia perfettamente rotonda e abbia un raggio di 6400 km.
- Di quanto diminuirà, a causa della rotazione della Terra, il peso di un uomo avente una massa di 100 kg passando dai poli all'equatore?
 - Con quale velocità dovrebbe ruotare la Terra su se stessa affinché un uomo all'equatore non eserciti alcuna forza su una bilancia?
 - Quanto più grande è la velocità di rotazione calcolata in (b) rispetto a quella reale?
- 21.26.** Un astronomo osserva un pianeta che è dotato di un piccolo satellite che ruota intorno a esso con periodo T lungo un'orbita circolare di raggio r .
- Qual è la massa del pianeta?
 - Qual è l'accelerazione centripeta del satellite rispetto al pianeta?
 - Qual è la forza gravitazionale sul satellite?
 - L'astronomo misura il raggio del pianeta e trova che è $1/10$ del raggio dell'orbita del satellite. Qual è l'intensità del campo gravitazionale del pianeta sulla sua superficie?
- 21.27.** Due masse disuguali m_1 e m_2 , isolate nello spazio libero, si attraggono mutuamente con una forza gravitazionale $F=Gm_1 \cdot m_2/R^2$. Quali sono le accelerazioni di m_1 ed m_2 ? La tua risposta è in contrasto con la ragionevole previsione secondo cui un osservatore su m_1 vede m_2 muoversi verso di lui con la stessa accelerazione con cui un osservatore su m_2 vede m_1 muoversi verso m_2 ?
- 21.28.** Le osservazioni astronomiche indicano che il Sole descrive un'orbita circolare intorno al centro della nostra galassia. Il raggio dell'orbita è circa 30000 anni-luce ($=2.7 \times 10^{20}$ m) e il periodo di una rivoluzione completa è circa 200 milioni di anni. In questo moto, sul Sole agisce l'attrazione gravitazionale della grande quantità di stelle situate all'interno della sua orbita.
- Calcolate la massa totale di queste stelle in base ai dati forniti.
 - Quante stelle di massa uguale a quella del Sole (2×10^{30} kg), corrispondono a questa massa?