

34. MAGNETISMO

Albert Einstein, quando scrisse la propria autobiografia all'età di 67 anni, ricordò il giorno in cui egli, che allora aveva quattro anni, fu felice di ricevere dal padre un nuovo giocattolo. Il giocattolo era una bussola e la meraviglia che destò nel bambino accompagnò Einstein per tutta la vita. La maggior parte di noi ha provato quella stessa meraviglia e molti di noi, da bambini, abbiamo provato il fascino di una calamita a ferro di cavallo che attrae il ferro. In questo capitolo esamineremo le forze magnetiche e il concetto di campo magnetico che permette di interpretarle in modo soddisfacente.

34.1. L'ago magnetico

L'ago di una bussola libero di ruotare attorno a un asse verticale si orienta nella direzione nord-sud: diciamo che si orienta nel campo magnetico della Terra. L'estremo dell'ago che si orienta verso il nord geografico è detto *polo nord*, l'altro estremo *polo sud*. In ogni zona dello spazio in cui un ago magnetico è soggetto a forze che tendono a orientarlo, si dice che esiste un campo magnetico (Fig. 34.1). Il campo magnetico in un punto ha la direzione dell'ago magnetico posto in quel punto, il verso del campo è quello che va dal polo sud al polo nord dell'ago. La direzione e il verso del campo magnetico possono quindi essere individuati utilizzando un ago magnetico. Possiamo vedere che un ago magnetico genera esso stesso un campo magnetico avvicinando un altro ago magnetico e osservando che i due aghi si influenzano reciprocamente: ciascuno esercita forze sull'altro. Ciascuno dei due aghi genera un campo magnetico e tende a orientarsi nel campo dell'altro.

Fin dal 600 a.C. gli antichi Greci conoscevano il fenomeno del magnetismo. Talete di Mileto (624/23-548/45 a.C.), considerato il padre della scienza greca, conosceva un minerale (magnetite) capace di attrarre il ferro comune e scoprì che il ferro stesso si magnetizza venendo a contatto con un minerale magnetico. I cinesi scoprirono, probabilmente durante l'XI secolo, che un magnete si comporta come una bussola. Il concetto unificatore che la Terra stessa è un magnete fu formulato dal medico e fisico inglese William Gilbert (1540-1603), che lavorava alla corte della regina Elisabetta nel 1600, all'incirca quando Shakespeare scriveva l'*Amleto*.

Una delle proprietà più sorprendenti dei magneti è il fatto che, se spezziamo in due parti un magnete, ciascuna parte è anch'essa un magnete (Fig. 34.2). Potremmo chiederci fino a che punto possiamo continuare il procedimento di suddivisione prima che un «mezzo magnete» non sia più un magnete. La risposta è che ciò non avviene mai: per quanto piccoli siano i pezzi in cui un magnete viene suddiviso, ciascuno è esso stesso un magnete.

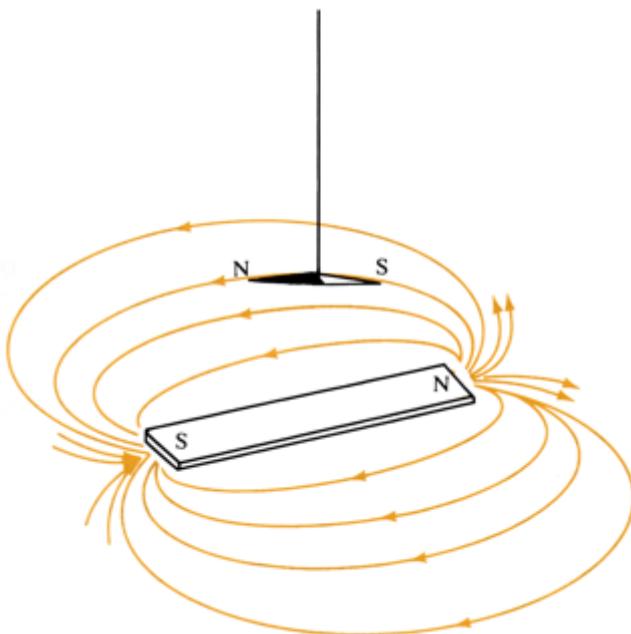


Fig. 34.1. Un ago magnetico in un campo magnetico si orienta nella direzione del campo.

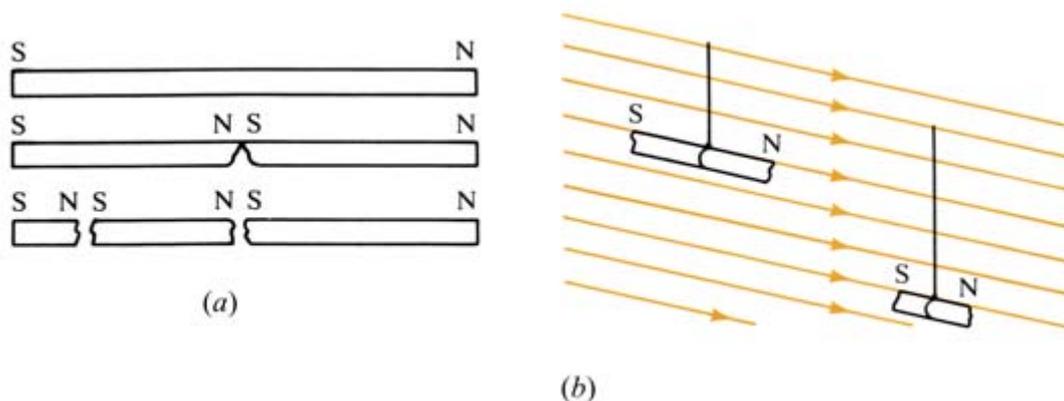


Fig. 34.2. (a) Quando si spezza un magnete, ogni pezzo ha poli opposti alle sue estremità. (b) Ognuno di questi pezzi si orienta secondo il campo magnetico.

Quesiti

- 34.1. Esaminate la Fig. 34.1. Perché un ago magnetico dovrebbe essere il più piccolo possibile quando viene usato per esplorare un campo magnetico?
- 34.2. Nella Fig. 34.1, dove collochereste l'ago magnetico sospeso in modo che rimanga parallelo al magnete a sbarra?
- 34.3. Qual è la polarità del campo magnetico della Terra nel polo magnetico situato nell'emisfero settentrionale?

34.2. Campi magnetici prodotti da magneti e da correnti

La magnetite e il ferro magnetizzato non sono le uniche sorgenti di campi magnetici. Eseguiamo un esperimento in cui generiamo un campo magnetico senza usare tali materiali.

Collegiamo un filo elettrico piuttosto lungo ai poli di una batteria, inserendo nel circuito un interruttore come è illustrato nella Fig. 34.3. Con l'interruttore aperto collochiamo il filo sopra un ago magnetico, parallelamente a esso, e poi chiudiamo l'interruttore. Se la corrente che percorre il filo è abbastanza intensa, osserviamo che l'ago magnetico devia bruscamente, orientandosi in direzione ortogonale al filo.

Concludiamo perciò che le correnti elettriche generano campi magnetici nello spazio circostante.

Oggi questo fatto è noto a tutti e quindi è difficile valutare l'influenza rivoluzionaria di questa scoperta fatta dal fisico e chimico danese Hans Christian Oersted (1777-1851), nel 1820.

Fino ad allora gli effetti elettrici e gli effetti magnetici erano stati considerati completamente distinti.

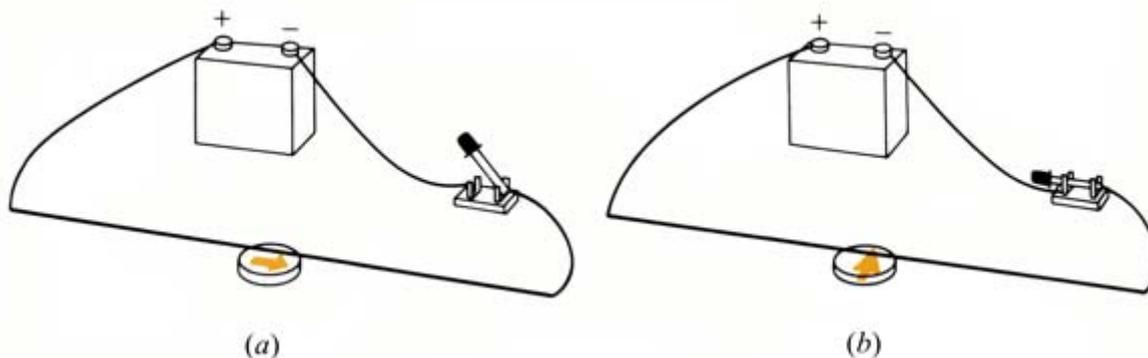


Fig. 34.3. (a) Un filo metallico viene collocato sopra l'ago di una bussola, parallelamente a esso. L'interruttore è aperto e quindi il filo non è percorso da corrente. (b) Quando passa corrente, l'ago magnetico devia e si dispone ortogonalmente al filo

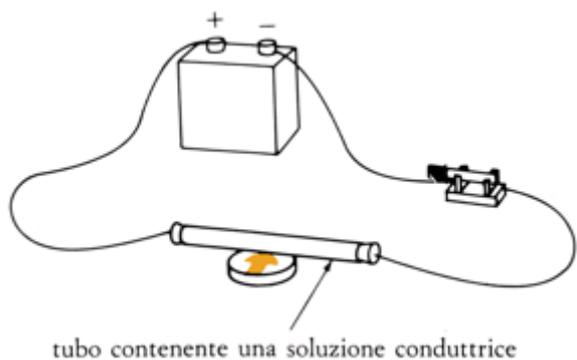


Fig. 34.4. Se si sostituisce una tratto del circuito della Fig. 34.3 con un tubo contenente una soluzione conduttrice (soluzione elettrolita), l'ago magnetico devia esattamente come prima se la corrente che percorre il circuito ha la stessa intensità.

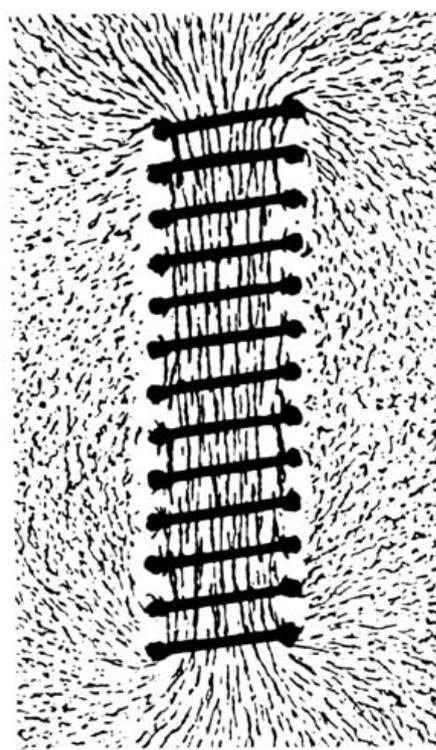
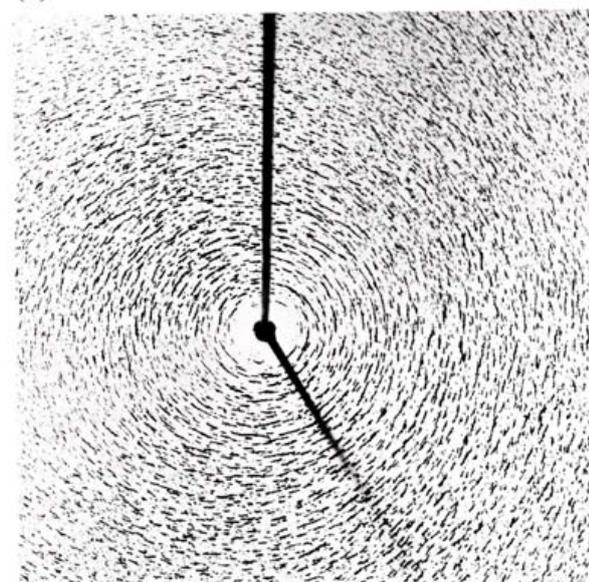
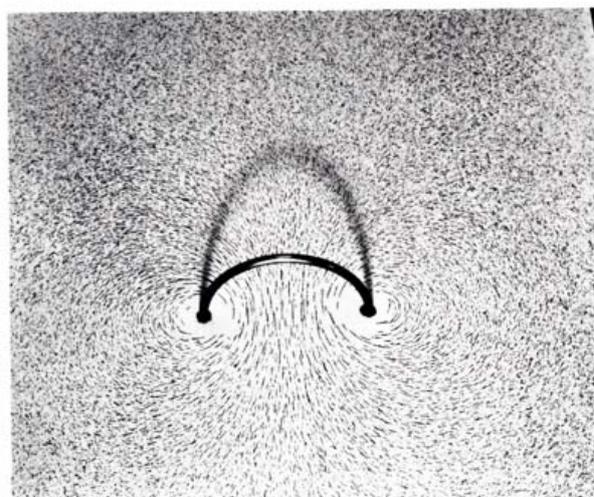
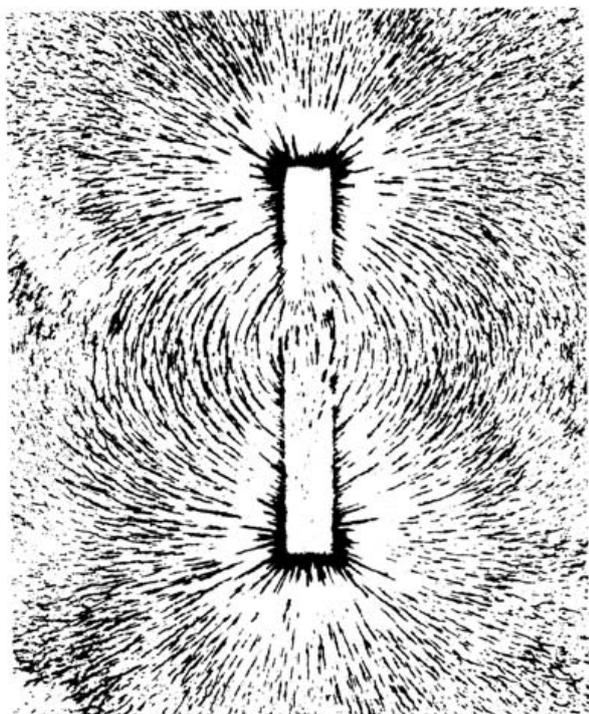


Fig. 34.5. Fotografie delle configurazioni assunte dalla limatura di ferro in diversi campi magnetici. (a) Una barretta magnetica. (b) Un lungo filo percorso da corrente. (c) Una spira percorsa da corrente. (d) Una lunga bobina percorsa da corrente chiamata *solenoid*.

La scoperta di Oersted rivelò una relazione inattesa: individuava l'origine dei campi magnetici nel moto delle cariche elettriche.

L'esperimento descritto può essere eseguito facilmente anche da te e probabilmente è sufficiente per convincerti che le cariche elettriche in moto generano campi magnetici. Esiste tuttavia un esperimento ancora più diretto, sebbene più difficile. Fu eseguito da Henry Rowland nella Università di Berlino nel 1876. Rowland collocò la carica più grande possibile su un disco di ebanite di diametro pari a circa 20 cm. Poi pose in rotazione il disco a circa 60 giri al secondo. In questo modo egli poteva osservare direttamente l'effetto magnetico delle cariche in moto: scoprì che la carica elettrica ruotante produceva realmente un debole campo magnetico.

Nell'esperimento illustrato nella Fig. 34.3 il conduttore è un filo metallico. Il campo magnetico dipende dal tipo di conduttore che viene usato? Per stabilirlo, sostituiamo una parte del filo con un filo di un materiale diverso o anche con un tubo pieno di una soluzione conduttrice (Fig. 34.4). La deviazione dell'ago magnetico rimane invariata purché l'intensità di corrente sia rimasta la stessa. Da ciò traiamo la conclusione che il campo magnetico dipende dall'intensità di corrente e non dal tipo di conduttore.

Si possono descrivere i campi magnetici tracciando le linee del campo magnetico, così come si descrivono i campi elettrici disegnando le linee del campo elettrico. Se un campo magnetico è abbastanza intenso e se non interessa una grande precisione, si possono «visualizzare» le linee del campo magnetico spargendo della limatura di ferro fine su un foglio di carta. I granuli di ferro si allineano lungo le linee del campo come i semi d'erba (semolino) si allineano in un campo elettrico; se la limatura rimane aderente al foglio di carta, scuotete leggermente il foglio.

Le quattro fotografie della Fig. 34.5 da (a) a (d) presentano alcune configurazioni di limatura di ferro. Naturalmente con la limatura di ferro non otteniamo la direzione e il verso del campo magnetico, ma soltanto la sua configurazione. Possiamo determinare la direzione e il verso del campo collocando un aghetto magnetico in differenti punti del campo. Possiamo poi tracciare le linee del campo per le diverse configurazioni, indicando direzione e verso per mezzo di frecce.

Le Figg. 34.6 e 34.7 rappresentano i campi magnetici generati da vari magneti e correnti elettriche.

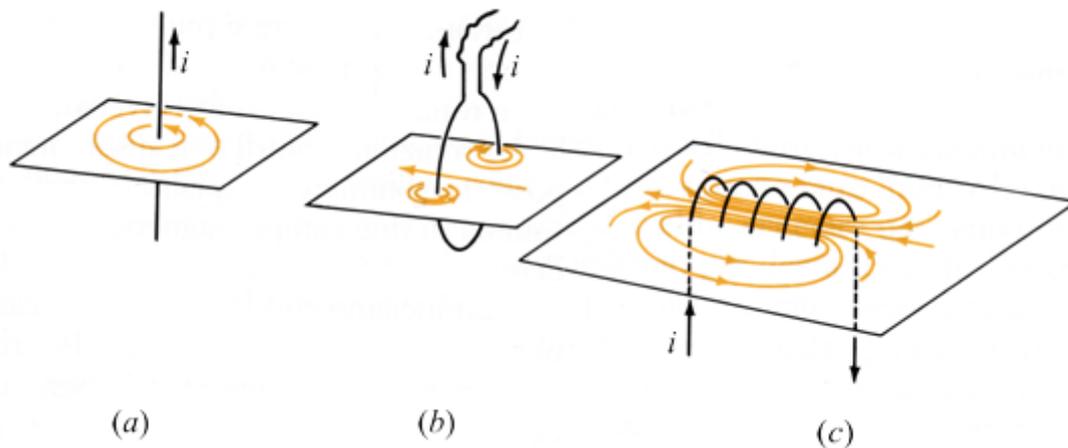


Fig. 34.6. Rappresentazioni schematiche delle linee del campo magnetico intorno a fili percorsi da una corrente elettrica; i è l'intensità della corrente e le frecce indicano il verso in cui essa fluisce. (a) Un lungo filo rettilineo. (b) Una spira. (c) Un solenoide.

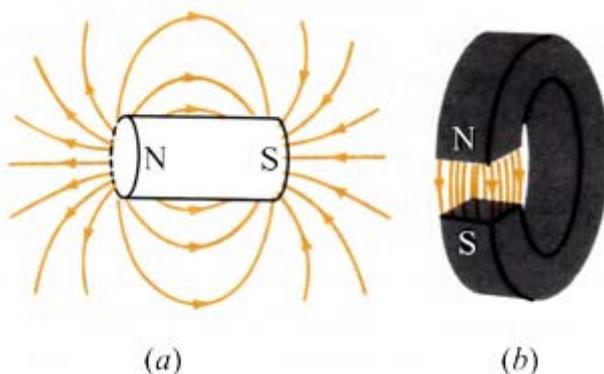


Fig. 34.7. Rappresentazioni schematiche delle linee del campo magnetico di magneti permanenti. (a) Magnete a barra. (b) Magnete a ferro di cavallo.

Le linee del campo elettrico generato da cariche elettriche in quiete hanno origine e termine nelle cariche che generano il campo (Fig. 23.12 a pag. 276), mentre le linee dei campi magnetici generati da correnti non hanno origine né termine, ma circondano i fili percorsi da corrente (Fig. 34.6). Le linee dei campi magnetici generati da magneti permanenti (Fig. 34.7) sembrano iniziare e terminare sulla superficie dei magneti, ma ciò è dovuto soltanto al fatto che non sono state disegnate le linee all'interno dei magneti, dove non è possibile collocare un comune ago magnetico.

Per ricordare la relazione tra il verso delle linee del campo magnetico e il verso della corrente elettrica è d'aiuto la regola «della mano destra». Collocate la mano destra con il pollice nel verso della corrente: le dita piegate attorno al filo percorso dalla corrente indicano il verso delle linee del campo magnetico (Fig. 34.8).

È importante notare che la regola della mano destra fornisce anche il verso delle linee del campo attraverso una spira di filo conduttore (Fig. 34.6(b)) o un solenoide (Fig. 34.6(c)).

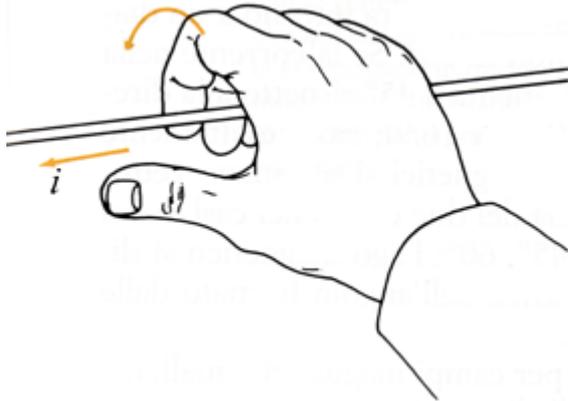


Fig. 34.8. Regola della «mano destra». Quando il pollice della mano destra è diretto nel verso della corrente che percorre un filo, le altre dita si rinchiodano intorno al filo nel verso delle linee del campo magnetico.

Quesiti

- 34.4. Se un filo conduttore rettilineo molto lungo, percorso da una corrente elettrica, viene appoggiato su un foglio di carta e sul foglio viene sparsa della limatura di ferro, come tenderanno a disporsi i granuli di limatura?
- 34.5. Le linee del campo magnetico hanno un'origine e un termine?
- 34.6. Quali sono la direzione e il verso del campo magnetico generato da cariche positive che si allontanano da te in direzione perpendicolare? Da cariche negative che si muovono nella stessa direzione, ma verso di te?

34.3. Composizione vettoriale dei campi magnetici

Un campo magnetico può essere descritto indicando l'intensità, la direzione e il verso. Tuttavia, non tutte le grandezze che sono individuate da un modulo, una direzione e un verso sono grandezze vettoriali; lo sono soltanto quelle grandezze che si sommano, come gli spostamenti. Per esempio, le rotazioni di un corpo in tre dimensioni non si sommano vettorialmente, come si può verificare ruotando un libro di 90° intorno a un asse orizzontale e poi di 90° attorno a un asse verticale. Se si eseguono le rotazioni nell'ordine inverso, non si ottiene lo stesso risultato finale. Le rotazioni quindi non si sommano vettorialmente poiché i vettori si possono sommare in qualsiasi ordine senza che il risultato cambi. La somma di due campi magnetici è una somma vettoriale? Per rispondere determiniamo tale somma sperimentalmente.

Cominciamo con lo studiare un caso semplice, la somma di due campi magnetici di uguale intensità. Per rivelare il campo risultante useremo un piccolo ago magnetico imperniato su un asse verticale. Poiché il campo magnetico della Terra è sempre presente, lo scegliamo come uno dei nostri due campi di prova.

L'altro campo magnetico di prova può essere prodotto con un conduttore percorso da corrente scelto in modo da conoscere la direzione e il verso del campo.

Sceglieremo una spira circolare perché il campo magnetico nel centro della spira è piuttosto uniforme e ha la direzione dell'asse della spira come si può osservare nella Fig. 34.5(c).

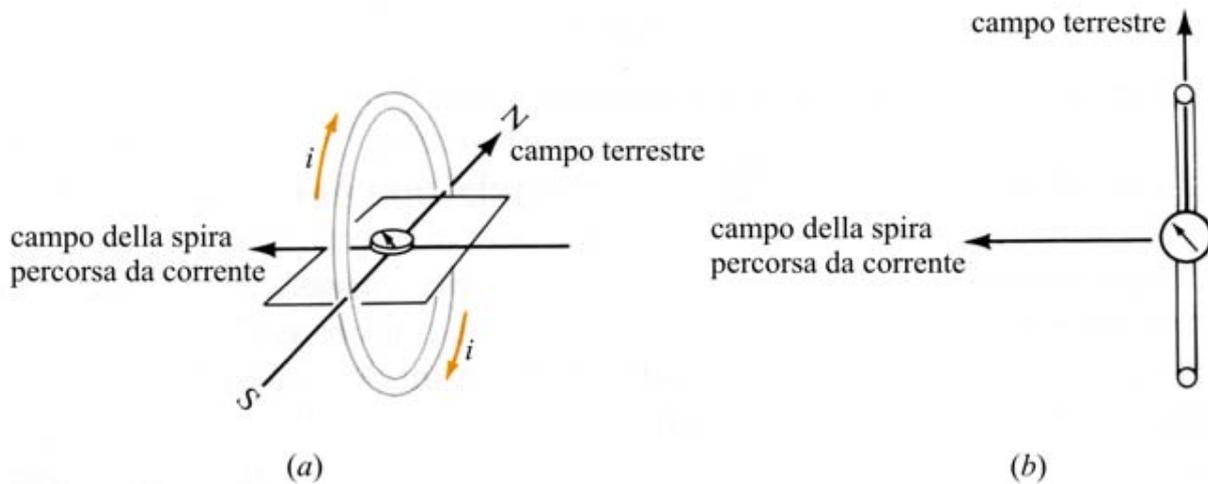


Fig. 34.9. (a) Un campo magnetico, di intensità uguale al campo magnetico terrestre (misurato mediante un ago magnetico orizzontale) e perpendicolare a questo, viene sommato al campo magnetico della Terra. (b) L'ago magnetico si orienta a 45° rispetto al nord magnetico. Per qualsiasi altro angolo tra due campi di uguale intensità, l'ago magnetico si orienta sempre secondo la bisettrice dell'angolo. Ciò indica che i campi magnetici si sommano come i vettori.

Collochiamo l'ago magnetico nel centro della spira e, in assenza di corrente, ruotiamo la spira finché l'ago non si trovi in corrispondenza del suo asse. Servendoci della regola della mano destra, scegliamo il verso della corrente in modo che il verso del campo magnetico sia opposto a quello della Terra. Aumentando la corrente nella spira, troveremo un valore in corrispondenza del quale l'ago magnetico oscilla liberamente. Quando ciò avviene, non c'è alcuna forza che faccia assumere all'ago una particolare direzione: l'ago indica un campo magnetico nullo. Ciò significa che il campo magnetico della Terra è stato equilibrato esattamente da un campo magnetico uguale e opposto generato dalla corrente che circola nella spira.

Determiniamo ora la somma di questi due campi magnetici uguali nel caso in cui siano perpendicolari. Ruotiamo la spira intorno a un diametro verticale in modo che il suo asse ruoti di 90° . Se la corrente nella spira rimane invariata, l'ago magnetico si orienta a 45° rispetto alla direzione del campo magnetico della Terra (Fig. 34.9); ciò è esattamente quanto ci dobbiamo aspettare se i campi magnetici si sommano vettorialmente. Possiamo determinare la somma dei due campi nei casi in cui le loro direzioni formino angoli di 30° , 45° , 60° : l'ago magnetico si dispone sempre esattamente lungo la bisettrice dell'angolo formato dalle direzioni dei due campi magnetici uguali.

La somma vettoriale è valida dunque per campi magnetici uguali, ma è ugualmente valida nel caso di campi di diversa intensità? Per rispondere a questa domanda, dobbiamo trovare un metodo per misurare l'intensità del campo magnetico.

Possiamo ragionare nel seguente modo: se una spira percorsa da una certa corrente genera un campo magnetico esattamente uguale al campo magnetico della Terra, allora due spire uguali dovrebbero produrre insieme un campo magnetico di intensità doppia di quello terrestre se i campi magnetici si sommano realmente come i vettori. Questo fatto indica che una spira percorsa da una corrente doppia dovrebbe generare un campo magnetico di intensità doppia. Perciò, stabiliamo per definizione che l'intensità B del campo magnetico è proporzionale alla corrente che lo genera.

Ritorniamo al caso in cui il campo magnetico della spira e il campo magnetico della Terra sono perpendicolari (Fig. 34.9). Con la stessa corrente dell'esperimento precedente, l'ago magnetico si dispone a

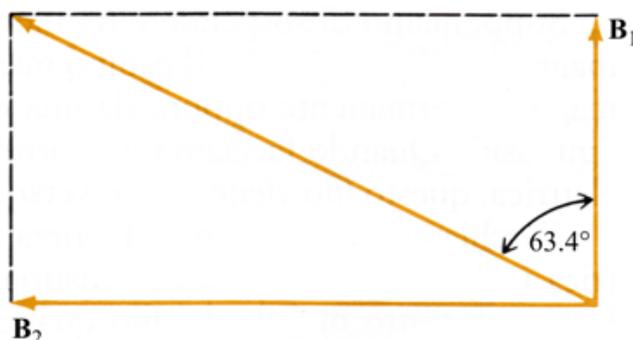


Fig. 34.10. Due vettori perpendicolari i cui moduli stanno nel rapporto di due a uno hanno una risultante che forma un angolo di 63.4° con il minore dei due vettori. Se stabiliamo, per definizione, che l'intensità del campo magnetico è proporzionale alla corrente che lo genera, troviamo che anche i campi magnetici si sommano in questo modo. Dunque i campi magnetici sono grandezze vettoriali.

45° rispetto alla direzione del campo magnetico terrestre; quando l'intensità di corrente raddoppia, l'angolo aumenta a 63.4°. Questo risultato è in accordo con la somma di vettori perpendicolari le cui lunghezze stanno nel rapporto di due a uno (Fig. 34.10). Comunque si vari la corrente e l'orientamento della spira, la direzione e il verso del campo magnetico totale sono sempre determinati dalla somma vettoriale dei due campi. Possiamo quindi rappresentare intensità, direzione e verso di un campo magnetico con il simbolo vettoriale \mathbf{B} .

Quesiti

- 34.7. Due spire circolari identiche sono percorse da correnti di uguale intensità, hanno i centri coincidenti e sono perpendicolari. Qual è il rapporto tra l'intensità del campo magnetico risultante da esse generato e il campo magnetico prodotto da una soltanto di esse?
- 34.8. In che modo il campo magnetico prodotto da un filo percorso da una corrente elettrica dipende dall'intensità della corrente?
- 34.9. Un campo magnetico orizzontale uniforme \mathbf{B} è perpendicolare alla componente orizzontale \mathbf{B}_T del campo magnetico terrestre ed è diretto verso est.
- (a) Sapendo che il rapporto B/B_T è uguale a $\sqrt{3}$, in quale direzione si orienterà un ago magnetico?
(Nota. L'ago magnetico ruota in un piano orizzontale.)
- (b) Se l'ago magnetico si orienta verso nord-est, qual è l'intensità di \mathbf{B} ?

34.4. Il vettore Induzione Magnetica (Campo Magnetico)

Vogliamo ora definire il campo magnetico \mathbf{B} dal punto di vista operativo. Come abbiamo fatto nel definire \mathbf{E} , prendiamo una piccola carica positiva q_0 come corpo di prova e mettiamola a riposo, nel punto P dove vogliamo determinare il campo magnetico (ad esempio fra le espansioni polari di una calamita). Se non agisce su di essa forza alcuna, come assumiamo, siamo certi che non vi è alcun campo elettrico. Possiamo anche essere certi che se la carica q_0 è ferma rispetto al magnete, su di essa il campo magnetico non ha alcuna influenza.

Facciamo poi in modo che la carica di prova passi per il punto P con una velocità \mathbf{v} . Diciamo che, eccetto il caso in cui la \mathbf{v} risulta parallela alla direzione di \mathbf{B} , su di essa agisce una forza trasversale \mathbf{F} , intendendo con la parola «trasversale» che \mathbf{F} è perpendicolare a \mathbf{v} , e tende a far descrivere alla carica una traiettoria circolare o a spirale.

Questa forza \mathbf{F} dipende da alcuni parametri da individuare, in particolare si vede che dipende dall'intensità della carica q_0 , dalla intensità della velocità, ma anche dalla sua direzione e verso, e da altre caratteristiche dovute al particolare magnete utilizzato e alla distanza del punto in cui si trova la carica dal magnete, in altre parole anche dal valore che assume il campo magnetico nel punto.

È possibile quindi definire il vettore campo magnetico \mathbf{B} in un punto P , in termini delle grandezze misurabili q_0 , \mathbf{v} e \mathbf{F} , dicendo che \mathbf{B} è il vettore che soddisfa la relazione:

$$[34.1] \quad \mathbf{F} = q_0 \mathbf{v} \wedge \mathbf{B}_P .$$

La Fig. 34.11 mostra questi tre vettori. Si noti che \mathbf{F} è sempre perpendicolare al piano di \mathbf{v} e \mathbf{B} e pertanto è sempre perpendicolare a \mathbf{v} (e anche a \mathbf{B}); come abbiamo detto, è una forza trasversale. Secondo la definizione del prodotto vettoriale, il modulo della forza magnetica che produce la deflessione è:

$$[34.2] \quad F = q_0 v B \sin \phi$$

dove ϕ è l'angolo tra \mathbf{v} e \mathbf{B} , come mostrato in Fig. 34.11. La [34.1] ci dice che:

- (a) la forza magnetica va a zero quando $v \rightarrow 0$;
- (b) la forza magnetica è nulla se \mathbf{v} è parallelo o antiparallelo a \mathbf{B} (in questi casi $\phi = 0^\circ$ o 180° e $\mathbf{v} \wedge \mathbf{B} = \mathbf{0}$);
- (c) se \mathbf{v} è perpendicolare a \mathbf{B} ($\phi = 90^\circ$) la forza ha il suo valore massimo, dato da $q_0 v B$.

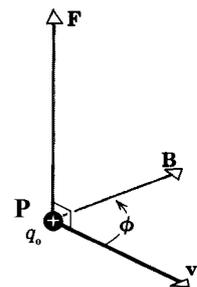


Fig. 34.11.

Lo spirito della nostra definizione di \mathbf{B} , anche se più complicata, è simile a quello della definizione del campo elettrico \mathbf{E} che possiamo enunciare così: se poniamo una carica positiva a riposo nel punto P e se una forza \mathbf{F} agisce su di essa, diciamo che in P vi è un campo elettrico \mathbf{E} , ed \mathbf{E} è il vettore che soddisfa la relazione

$$[34.3] \quad \mathbf{F} = q_0 \mathbf{E}_P$$

con q_0 ed \mathbf{F} grandezze misurabili. L'unica direzione orientata che compare nella definizione di \mathbf{E} è quella della forza \mathbf{F} che agisce sulla carica di prova positiva; la direzione ed il verso di \mathbf{E} sono quelli di \mathbf{F} .

Nella definizione di \mathbf{B} , compaiono due particolari direzioni orientate, quella di \mathbf{v} e quella della forza magnetica \mathbf{F} che risultano essere sempre perpendicolari l'una all'altra. Mentre possiamo risolvere facilmente la [34.3] per \mathbf{E} , non possiamo risolvere la [34.1] per \mathbf{B} . Quale è il motivo?

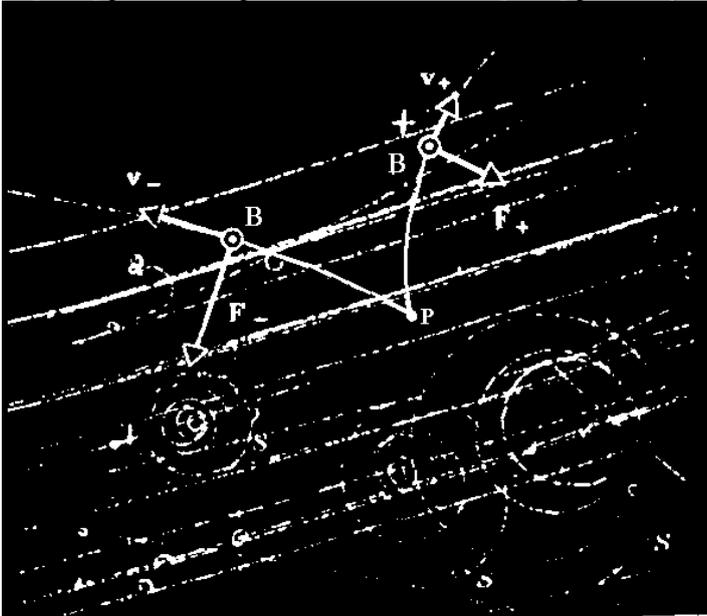


Fig. 34.12. Una camera a bolle è uno strumento che rende visibili mediante piccole bolle le traiettorie di particelle cariche che attraversano la camera. La figura è una fotografia presa con una camera a bolle immersa in un campo magnetico di induzione \mathbf{B} ed esposta alle radiazioni di un acceleratore di particelle del tipo del ciclotrone. La curva a V nel punto P è formata da un elettrone positivo ed uno negativo che sono deviati, trovandosi in un campo magnetico, in direzioni opposte. Le spirali S sono tracce di tre elettroni di bassa energia. (Laboratorio E.O. Lawrence, Università di California).

comune il gauss (simbolo G); il suo legame con il tesla è

$$[34.6] \quad 1 \text{ tesla} = 10^4 \text{ gauss}$$

Il fatto che la forza magnetica sia sempre perpendicolare alla direzione del moto significa che (almeno per campi magnetici stazionari) il lavoro fatto da questa forza sulla particella è zero. Per un elemento di traiettoria della particella di lunghezza Δl , questo lavoro ΔL è $\mathbf{F} \times \Delta l$; ΔL è zero perché \mathbf{F} e Δl sono sempre perpendicolari. Così un campo magnetico stazionario non può cambiare l'energia cinetica di una particella in movimento; può soltanto incurvare trasversalmente la traiettoria.

Se una particella carica si muove in una regione nella quale sono presenti un campo elettrico ed un campo magnetico, la forza risultante si calcola combinando la [34.3] e la [34.1]; ossia:

$$[34.7] \quad \mathbf{F} = q_0 \mathbf{E}_P + q_0 \mathbf{v} \wedge \mathbf{B}_P$$

Questa equazione è talvolta chiamata *equazione di Lorentz* e la \mathbf{F} *forza di Lorentz* in omaggio ad H.A. Lorentz che tanto contribuì allo sviluppo ed alla chiarificazione dei concetti di campo elettrico e magnetico.

(*) Si ricordi che il simbolo \otimes indica un vettore diretto verso la pagina, intendendo rappresentare con \times la coda di una freccia.
 (•) indica un vettore diretto dalla pagina verso l'esterno, intendendo rappresentare col punto • la punta di una freccia.

Per avere un'idea del significato della [34.1] si consideri la Fig. 34.12 che mostra alcune tracce lasciate da particelle cariche in moto in una camera a bolle. Nel punto P l'energia di un raggio gamma crea un elettrone positivo ed uno negativo; questo processo è detto *produzione di coppie* ed il raggio gamma non lascia alcuna traccia nella camera perché non ha carica.

La camera si trova in un intenso campo magnetico, con \mathbf{B} diretto verso l'esterno del piano della figura, come indicato dal simbolo (•) (*). La [34.1] predice correttamente che sulle particelle agiranno forze deflettenti \mathbf{F}_+ e \mathbf{F}_- , che le faranno deviare da traiettorie rettilinee, come mostrato. Le tre spirali indicate con S sono le tracce di tre elettroni di bassa energia.

L'unità di misura di B come si vede dalla [34.1] o [34.2] è

$$[34.4] \quad (\text{newton/coulomb}) \cdot (\text{metro/secondo})^{-1}$$

alla quale si dà, nel SI, il nome di tesla (simbolo T). Ricordando inoltre che un coulomb/secondo è un ampere:

$$[34.5] \quad 1 \text{ tesla} = 1 \text{ newton}/(\text{ampere} \cdot \text{metro}).$$

Come unità di misura per B è ancor oggi di uso

Quesiti

34.10. Un protone di 5.0 MeV si muove verticalmente in un campo magnetico, il cui vettore induzione \mathbf{B} , di modulo 1.5 T, è diretto orizzontalmente da sud a nord. Quale forza agisce sul protone?

Soluzione:

L'energia cinetica del protone è:

$$T = (5.0 \times 10^6 \text{ eV}) \times (1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV}) = 8.0 \times 10^{-13} \text{ J.}$$

La velocità può essere trovata dalla relazione $T = \frac{1}{2} mv^2$,

$$\text{Ossia } v = \sqrt{\frac{2T}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times (8.0 \times 10^{-13} \text{ J})}{1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}}} = 3.1 \times 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Dalla [34.2] si ha: $F = qvB \sin \phi = (1.6 \times 10^{-19} \text{ C}) \times (3.1 \times 10^7 \text{ m/s}) \times (1.5 \text{ T}) \times (\sin 90^\circ) = 7.4 \times 10^{-12} \text{ N.}$

Si può dimostrare che questa forza è circa 4×10^{14} volte più grande del peso del protone. Dalla relazione $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}_p$ segue che la forza deflettente è diretta verso est. Se la particella fosse negativa, la deflessione sarebbe stata verso ovest, come è automaticamente previsto dalla [34.1] se sostituiamo $-e$ a q_0 .

34.11. In quale direzione può muoversi una carica elettrica in un campo magnetico, senza che su di essa agisca alcuna forza?

34.12. Supponete che un filo percorso da una corrente diretta da sinistra verso destra sia immerso in un campo magnetico perpendicolare al piano del foglio e rivolto verso di voi. Qual è la direzione e il verso della forza magnetica agente sul filo? (Una corrente è composta da cariche in moto per cui ...)

34.5. Problemi connessi con la forza di Lorentz

L'equazione di Lorentz [34.7] permette di determinare la forza cui è sottoposta una carica elettrica in moto all'interno di un campo elettromagnetico noto. È importante osservare che la componente magnetica della forza di Lorentz ($q\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$) non solo è una forza che agisce lungo una direzione differente sia da quella di moto sia da quella del campo \mathbf{B} ma, soprattutto, che il suo modulo è proporzionale alla velocità della carica.

Questa proporzionalità tra forza e velocità è in contraddizione con le fondamenta stesse della meccanica newtoniana. Infatti tutta la trattazione newtoniana, è basata sull'equazione $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ che ammette implicitamente che differenti osservatori in moto relativo rettilineo uniforme misurino le stesse forze, dato che essi rilevano le medesime accelerazioni. Invece, poiché la forza magnetica dipende dalla velocità \mathbf{v} , sarà differente per osservatori in moto relativo rettilineo uniforme.

L'equazione di Lorentz è quindi incompatibile con la teoria newtoniana. La palese contraddizione tra meccanica newtoniana ed elettromagnetismo potrebbe essere risolta in vari modi: per esempio si potrebbe affermare che Newton ha ragione e Lorentz sbaglia (o il contrario), o sostenere che ambedue le teorie sono coerenti, ma che occorre modificare qualche presupposto fondamentale della teoria fisica. Per ora ci si limita ad accennare al fatto che nel 1905, con la teoria della relatività speciale, il fisico tedesco Albert Einstein propose una soluzione particolarmente originale e "spregiudicata" al problema dell'incompatibilità tra meccanica newtoniana e l'espressione analitica della forza di Lorentz. Questa teoria fu accettata dalla comunità scientifica dopo un intenso dibattito tra posizioni culturali fortemente contrapposte.

34.6. Le sorgenti del campo magnetico: l'esperienza di Oersted.

Fino al 1820 nulla indicava che tra i fenomeni elettrici e i fenomeni magnetici vi fosse una qualche connessione. Ma in quell'anno (20 anni dopo le scoperte di Volta) il fisico danese Oersted pubblicò di avere osservato che un ago magnetico mobile devia dalla sua posizione di equilibrio se si trova vicino a un filo conduttore percorso da corrente elettrica. Un fenomeno dello stesso tipo era stato osservato nel 1802, per quanto incompletamente, dal piacentino Romagnosi, ma era passato inosservato nel mondo scientifico. La scoperta di Oersted sollevò grande rumore, fu immediatamente ripetuta ed estesa aprendo così la strada alla possibilità di interpretare unitariamente fenomeni elettrici e magnetici (**elettromagnetismo**). Si può infatti ipotizzare che esistano due tipi di sorgenti del campo magnetico: magneti e correnti elettriche. L'ipotesi

implica però il chiedersi se il campo magnetico sia veramente caratterizzato da due tipi diversi di sorgenti oppure se questi sono riconducibili a una sola.

Dal punto di vista della ricerca fisica sarebbe preferibile, per una descrizione unitaria dei fenomeni naturali, trovare un'interpretazione dei due fenomeni basata su un'unica causa. In questo caso l'interpretazione dovrà basarsi su opportune ipotesi inerenti la struttura della materia. Infatti, dato che le proprietà magnetiche di alcuni materiali sono rilevabili a livello macroscopico indipendentemente dalla forma del magnete considerato, occorre supporre che le cause di queste proprietà derivino dalla struttura interna del materiale^(*).

Nel 1821 l'inglese Faraday invertì l'esperienza di Oersted: in questa un magnete mobile si trovava accanto ad un filo fisso, percorso da corrente; nella esperienza di Faraday un filo percorso da corrente posto nelle vicinanze di un magnete fisso, risente di una forza magnetica. Come conseguenza poi si è visto che una corrente elettrica deve esercitare forze su un'altra corrente.

34.7. Le sorgenti del campo magnetico: la formula di Biot e Savart

Una volta stabilito, che una *corrente elettrica crea un campo magnetico*, si pone il problema di individuare una relazione quantitativa che permetta di correlare cause (correnti) con effetti (campi \mathbf{B}).

Questa relazione, ricavata nel secolo scorso grazie ai contributi di Laplace, Ampère, Biot e Savart, tramite procedimenti matematico-fisici è chiamata **formula di Biot e Savart** ed è espressa, dall'equazione vettoriale:

$$[34.8] \quad \Delta \mathbf{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{\Delta \mathbf{l} \wedge \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

o meglio

$$[34.9] \quad d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d\mathbf{l} \wedge \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

in cui μ_0 è un coefficiente costante, chiamato *permeabilità magnetica assoluta del vuoto*^(**), il cui valore è:

$$[34.10] \quad \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$$

Per comprendere l'equazione di Biot e Savart si osservi la Fig. 34.13 in cui è rappresentato un tratto di conduttore percorso da una corrente di intensità i e un punto P esterno a esso.

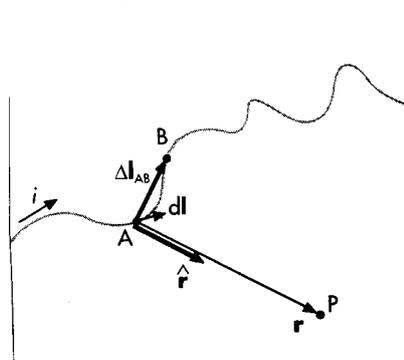


Fig. 34.13. Un tratto di conduttore AB , molto piccolo e approssimativamente rettilineo, percorso da una corrente di intensità i , fornisce un contributo $\Delta \mathbf{B}$, al campo magnetico \mathbf{B}_P . Avvicinando indefinitamente il punto B al punto A si individua il tratto di conduttore infinitesimo $d\mathbf{l}$, rappresentato dal vettore $d\mathbf{l}$ tangente in A alla linea del conduttore, che fornisce al campo \mathbf{B}_P un contributo infinitesimo.

Se si considera un breve tratto AB di conduttore, con ottima approssimazione rettilineo, è possibile costruire il vettore $\Delta \mathbf{l}_{AB}$ il cui modulo è pari alla misura della lunghezza Δl , la cui direzione è la stessa della retta AB e il cui verso è definito dal verso di percorrenza della corrente i . Nel caso limite in cui la misura Δl tenda a zero, si indicherà con $d\mathbf{l}$ il vettore $\Delta \mathbf{l}_{AB}$; in questo caso la retta AB , secante la linea del conduttore, diventa tangente ad esso nel punto A .

Utilizzando la nomenclatura ora definita, si può comprendere il significato della **formula di Biot e Savart**.

Un tratto di conduttore di lunghezza infinitesima $d\mathbf{l}$, posto in un punto A e percorso dalla corrente i nella direzione e verso definiti dal vettore $d\mathbf{l}$, ha un effetto magnetico in un punto P . Il suo contributo $d\mathbf{B}$ al campo magnetico \mathbf{B} nel punto P , è espresso dalla [34.9] in cui $\hat{\mathbf{r}}$ è il versore associato al vettore $\mathbf{r} \equiv \overrightarrow{AP}$.

Grazie alla formula di Biot e Savart gli effetti magnetici prodotti in un punto P da uno o più conduttori di lunghezza finita, possono essere calcolati sommando tutti gli infinitesimi contributi $\Delta \mathbf{B}_i$ al campo \mathbf{B}_P in un punto P , dovuti ai tratti di circuito $\Delta \mathbf{l}_i$.

^(*) Per ora non approfondiamo ulteriormente la questione pur accennando al fatto che l'interpretazione di Ampère del magnetismo nella materia permetterà di ricondurre tutte le cause dei campi magnetici alle sole correnti elettriche.

^(**) La permeabilità magnetica assumerà un preciso significato fisico quando tratteremo il magnetismo nella materia; per ora ci è sufficiente considerare la costante μ_0 come una semplice costante numerica.

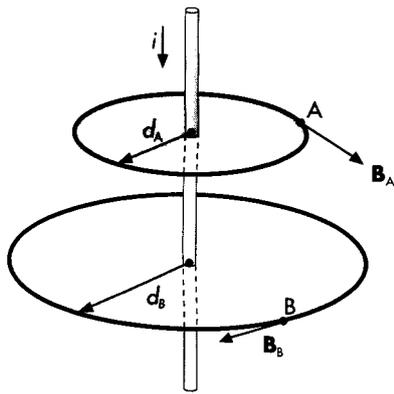


Fig. 34.14. I campi magnetici \mathbf{B}_A e \mathbf{B}_B in A e B hanno, rispettivamente, modulo pari a

$$B_A = \frac{\mu_0 i}{2\pi d_A} \quad \text{e} \quad B_B = \frac{\mu_0 i}{2\pi d_B}$$

A parte problemi di carattere matematico talvolta notevoli, la questione non presenta particolari difficoltà concettuali, dato che anche per il campo magnetico vale il principio di sovrapposizione.

Esempi significativi:

- 1 - Calcolo del modulo del vettore \mathbf{B} nel centro di una spira circolare percorsa da una corrente i .
- 2 - Calcolo del modulo del vettore \mathbf{B} in un punto dell'asse di una spira circolare percorsa da una corrente i .
- 3 - Nel caso in cui si consideri un conduttore rettilineo di lunghezza indefinita (Fig. 34.14) percorso da una corrente i , utilizzando la definizione di integrale, l'espressione di \mathbf{B} è fornita da:

$$[34.11] \quad \mathbf{B}_P = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int \frac{d\mathbf{l} \wedge \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

in cui l'integrale è esteso all'intera lunghezza l del conduttore. Si calcola allora che il modulo del vettore \mathbf{B} in un punto a distanza d dal conduttore è espresso da^(*):

$$[34.12] \quad B_P = \frac{\mu_0 i}{2\pi d}$$

34. 8. Forza magnetica su una corrente

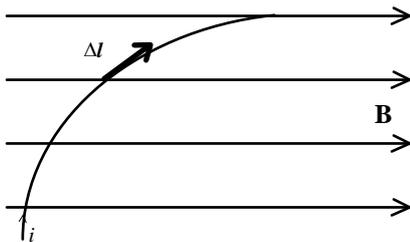


Fig. 34.15.

Una corrente è un insieme di cariche in moto. Poiché un campo magnetico \mathbf{B} esercita una forza trasversale su una carica in movimento, ci aspettiamo che eserciti una forza trasversale anche su un tratto di filo rettilineo $\Delta\mathbf{l}$ percorso da corrente i . Infatti:

$$[34.13] \quad \Delta\mathbf{F} = \Delta q \mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$$

e

$$[34.14] \quad \Delta\mathbf{F} = \Delta q \frac{\Delta\mathbf{l}}{\Delta t} \wedge \mathbf{B}$$

per cui

$$[34.15] \quad \Delta\mathbf{F} = i\Delta\mathbf{l} \wedge \mathbf{B}$$

dove l'elemento $\Delta\mathbf{l}$ chiaramente deve essere completamente immerso nel campo magnetico.

Se abbiamo un tratto di filo rettilineo di lunghezza l e percorso da una corrente i , completamente immerso nel campo magnetico, la [34.15] diventa:

$$[34.16] \quad \mathbf{F} = i\mathbf{l} \wedge \mathbf{B}$$

dove il verso di \mathbf{l} è determinato dal verso di i .

In particolare, si deve stare attenti a distinguere il campo che compare nell'equazione della forza data sopra, dal campo intrinseco \mathbf{B}_i , come lo chiamiamo, dovuto alla corrente che percorre il filo stesso. Tale campo non può esercitare una forza sulla propria sorgente (il filo percorso da corrente) così come il campo gravitazionale della Terra non può agire sulla Terra stessa.

Quesiti

34.13. Supponiamo di avere un fascio di elettroni che si muove ad una velocità $v = 3.00 \times 10^{-6}$ m/s e che formano una corrente di 1.00 μA .

- (a) Quanti elettroni al secondo passano per un punto dato?
- (b) Quanti elettroni ci sono in un tratto del fascio lungo 1.00 m?

^(*) La dimostrazione, che qui omettiamo per semplicità, si basa su proprietà di simmetria del caso in esame e su semplici trasformazioni goniometriche che rendono calcolabile l'integrale di Biot e Savart.

- (c) Qual è la forza totale che agisce su tutti gli elettroni contenuti in un tratto del fascio lungo 1.00 m, se passano perpendicolarmente attraverso un campo di intensità 0.10 T?
- (d) Qual è la forza che agisce su un singolo elettrone, supponendo che su di ognuno agisca la stessa forza?

34.9. Forze tra due fili rettilinei percorsi da corrente

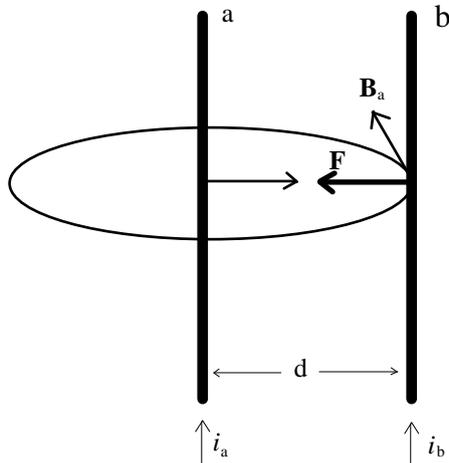


Fig. 34.16.

Sperimentalmente è ben noto che due lunghi fili paralleli percorsi da corrente esercitano una forza uno sull'altro. Qui vogliamo esaminare questa situazione più da vicino, studiando attentamente il ruolo del campo magnetico come intermediario nella relazione

$$[34.17] \quad \text{corrente} \leftrightarrow \text{campo magnetico} \leftrightarrow \text{corrente} .$$

La Fig. 34.16 mostra due di questi fili, a distanza d e percorsi dalle correnti i_a e i_b . Il filo a nella Fig. 6 produrrà un campo magnetico \mathbf{B}_a in tutti i punti della zona circostante. Il modulo di \mathbf{B}_a , creato dalla corrente i_a , nella posizione occupata dal secondo filo è:

$$[34.18] \quad B_a = \frac{\mu_0 i_a}{2\pi d}$$

Per la regola della mano destra \mathbf{B}_a , nella posizione del filo b , è diretto verso l'interno del foglio, come mostrato nella Fig. 34.16.

Il filo b , che è percorso da una corrente di intensità i_b , è immerso in un campo magnetico esterno \mathbf{B}_a . Un tratto di lunghezza l di questo filo subisce una forza magnetica trasversale ($= i\mathbf{l} \wedge \mathbf{B}$) il cui modulo è

$$[34.19] \quad F_b = i_b l B_a = \frac{\mu_0 l i_b i_a}{2\pi d}$$

Come mostra la regola della mano destra del prodotto vettoriale, \mathbf{F}_b sta nel piano dei fili ed è diretta verso sinistra, nella Fig. 34.16.

Potremmo cominciare dal filo b , calcolare il campo magnetico che esso produce nel luogo occupato dal filo a e quindi calcolare la forza agente sul filo a . La forza agente sul filo a , per correnti parallele e concordi, è diretta verso destra. Le forze che i due fili esercitano l'uno sull'altro sono uguali ed opposte, come devono essere in accordo con la legge di azione e reazione di Newton. Nel caso di correnti dirette in verso opposto, i due fili si respingono.

34.10. L'unità di misura delle correnti elettriche nel S.I.

L'attrazione fra due lunghi fili paralleli viene usata per definire l'ampere, quarta unità di misura fondamentale nel S.I.

Se i fili sono alla distanza di 1 m ($d = 1.0$ m) e sono percorsi da correnti di uguale intensità ($i_a = i_b = i$), si definisce: 1 ampere *quel valore dell'intensità di corrente, comune ai due fili, in corrispondenza alla quale si misura una forza di attrazione per unità di lunghezza, fra i due fili, pari a 2×10^{-7} N/m.*

Dalla [34.19] infatti si ottiene:

$$[34.20] \quad \frac{F}{l} = \frac{\mu_0 i^2}{2\pi d} = 2 \times 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{m}} .$$

Quesiti

34.14. Due fili paralleli posti a distanza d sono percorsi da correnti di uguale intensità i che circolano in verso opposto. Trovare l'induzione magnetica in punti che si trovano fra i due fili a distanza x da uno di essi.

Soluzione:

L'analisi della [34.11] mostra che \mathbf{B}_a e \mathbf{B}_b , creati rispettivamente dalle correnti i_a e i_b nel punto P hanno lo stesso verso, per cui si avrà:
$$B(x) = B_a + B_b = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x} \right) = \frac{\mu_0 i d}{2\pi x(d-x)}.$$

Problemi di fine capitolo

- 34.15.** Si trovi la forza che agisce su un protone che si muove con la velocità di 4.0 Mm/s nella direzione x positiva in un campo magnetico di 2.0 T orientato nella direzione z positiva. [1.28pN]
- 34.16.** Una carica di -2.0 nC si muove con la velocità di 3.0×10^6 m/s nella direzione x negativa. Si trovi la forza che agisce sulla carica se il campo magnetico (a) è 0.6 T nella direzione y positiva, (b) è 0.4 T nella direzione z positiva, e (c) è 1.3 T nella direzione x positiva.
- 34.17.** Una particella di carica $+3.0$ nC si muove nella direzione x positiva con la velocità di 4.0×10^6 m/s. Essa è soggetta ad una forza di 2.4×10^{-2} N nella direzione z positiva. Si trovino tutte le informazioni possibili in merito al campo magnetico. [$B_y=2.0$ T, $B_z=0$, B_x è sconosciuto]
- 34.18.** Un elettrone si muove con la velocità di 5 Mm/s nel piano xOy formando un angolo di 30° con l'asse x e di 60° con l'asse y . Un campo magnetico di 1.5 T è nella direzione y positiva. Si trovi la forza che agisce sull'elettrone. [1.04×10^{-12} N]
- 34.19.** Un filo rettilineo lungo 20 cm, percorso dalla corrente di 3.0 A, è in un campo magnetico uniforme che ha il modulo di 0.8 T. Il filo forma un angolo di 37° con la direzione di \mathbf{B} . Qual è il modulo della forza che agisce su di esso?
- 34.20.** Un lungo filo parallelo all'asse x è percorso dalla corrente di 14 A nella direzione x positiva. Nella direzione y positiva c'è un campo magnetico uniforme che ha il modulo di 0.8 T. Si trovi la forza riferita all'unità di lunghezza che agisce sul filo.
- 34.21.** Un piccolo elemento di corrente $i \Delta l$ con $i=2$ A e $\Delta l=2$ mm, è orientato nella direzione z positiva e si trova nell'origine. Si trovi il campo magnetico $\Delta \mathbf{B}$ nei seguenti punti: (a) sull'asse x nel punto $x=3$ m, (b) sull'asse x nel punto $x=-6$ cm, (c) sull'asse y nel punto $y=3$ m e (d) sull'asse z nel punto $z=-4$ m.
- 34.22.** Un lungo filo rettilineo è percorso dalla corrente di 60 A. Si trovi il modulo del campo magnetico a distanza di 10 cm, 50 cm e 2 m dal filo.
- 34.23.** Se le correnti della Fig. A sono nella direzione x negativa, si trovi \mathbf{B} nei punti $y=-3$ cm, $y=0$, $y=+3$ cm e $y=+9$ cm.
- 34.24.** Si trovi \mathbf{B} nei punti y citati nell'esercizio precedente, se la corrente nel filo passante per $y=-6$ cm è nella direzione x negativa e la corrente nel filo passante per $y=+6$ cm è nella direzione x positiva.
- 34.25.** Si trovi \mathbf{B} sull'asse z nel punto $z=8$ cm se (a) le correnti della figura sono parallele e concordi e (b) le correnti della Fig. A sono parallele e discordi.
- 34.26.** Si trovi il modulo della forza riferita all'unità di lunghezza esercitata da un filo (della Fig. A) sull'altro.
- 34.27.** Un pezzo di filo lungo 10.0 cm ha la massa di 5.0 g ed è collegato ad una sorgente di tensione mediante conduttori leggeri e flessibili. Un campo magnetico \mathbf{B} di modulo 0.5 T è orizzontale e perpendicolare al filo. Si trovi la corrente necessaria per mantenere il filo in sospensione, cioè la corrente per cui la forza magnetica è uguale al peso del filo.
- 34.28.** Un lunghissimo filo rettilineo è percorso dalla corrente di 20.0 A. Un elettrone si trova a 1.0 cm dal centro del filo e si muove con la velocità 5.0×10^6 m/s. Si trovi la forza che agisce sull'elettrone se esso si muove: (a) allontanandosi perpendicolarmente dal filo, (b) parallelamente al filo nel verso della corrente e (c) perpendicolarmente al filo e tangenzialmente ad una circonferenza nel cui centro passa il filo.
- 34.29.** È stata avanzata l'ipotesi che il campo magnetico terrestre sia dovuto ad una corrente anulare di elettroni che fluisce nell'interno metallico fuso della Terra. In quale verso dovrebbero fluire gli elettroni per conferire la corretta polarità al campo magnetico terrestre?

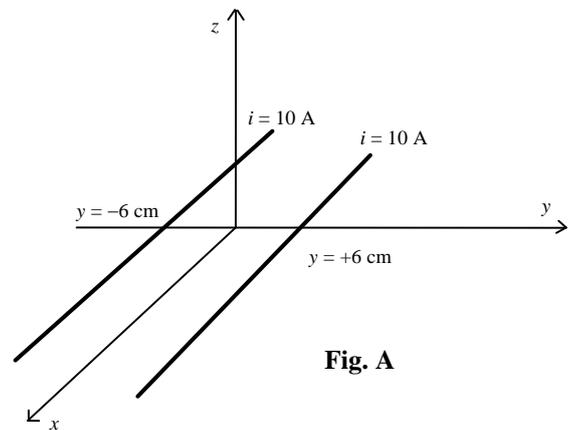


Fig. A