

### 35. MOTO DI CARICHE IN CAMPI MAGNETICI

#### 35.1. Frequenza di ciclotrone

Abbiamo visto nel capitolo precedente che una particella con carica  $q$  che entra in un campo magnetico costante  $\mathbf{B}$  con velocità  $\mathbf{v}$  è sottoposta alla forza di Lorentz

$$[35.1] \quad \mathbf{F}_L = q\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$$

$\mathbf{F}_L$  è sempre perpendicolare a  $\mathbf{v}$  e quindi allo spostamento della carica, pertanto  $\mathbf{B}$  non compie alcun lavoro e la carica mantiene costante la sua energia cinetica. L'unico effetto di  $\mathbf{F}_L$  è quello di modificare la direzione della velocità ma non il modulo, cioè di incurvare solamente la traiettoria. Consideriamo per semplicità il caso in cui  $\mathbf{B}$  è uniforme e  $\mathbf{v}$  è perpendicolare a  $\mathbf{B}$  (Fig. 35.1). Allora il moto avviene in un piano perpendicolare a  $\mathbf{B}$ ; la forza è sempre normale alla traiettoria e ha modulo costante  $F_L = qvB$ , essendo costanti  $v$  e  $B$ ; non c'è quindi accelerazione tangenziale, ma solo accelerazione normale (centripeta). Il moto risultante è evidentemente quello circolare uniforme, in cui  $F_L$  rappresenta la forza centripeta. Essendo  $v^2/r$  il modulo dell'accelerazione centripeta, si ha

$$[35.2] \quad qvB = m \frac{v^2}{r}$$

da cui si ottiene il raggio della circonferenza descritta dalla particella carica

$$[35.3] \quad r = \frac{mv}{qB}$$

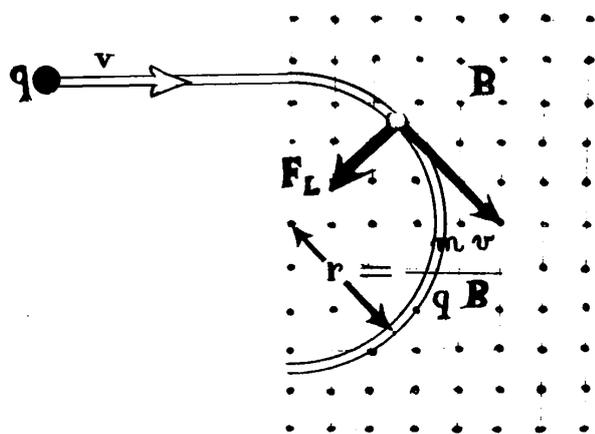
Notiamo che particelle uguali ma con cariche opposte descrivono circonferenze uguali ma con versi di percorrenza opposti. La velocità angolare  $\omega$  è data da  $v/r$ , quindi

$$[35.4] \quad \omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$$

cioè  $\omega$  non dipende dalla velocità della particella, ma solo dal rapporto  $q/m$  e da  $B$ . A parità di essi, cariche veloci descrivono orbite di raggio maggiore di quelle lente ([35.3]), ma tutte impiegano lo stesso tempo  $T$  ( $T=2\pi/\omega$  è il periodo) per compiere un giro. La frequenza  $\nu$ , misurata in hertz ( $1 \text{ Hz} = 1\text{s}^{-1}$ ), è data da

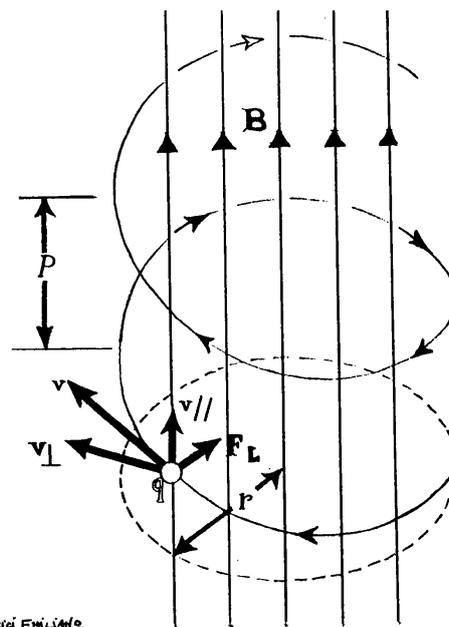
$$[35.5] \quad \nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{qB}{2\pi m}$$

ed è chiamata **frequenza di ciclotrone** perché le particelle cariche girano con questa frequenza nel ciclotrone, come vedremo fra poco.



Attilio Emiliano

Fig. 35.1. Moto di una particella carica positivamente in un campo magnetico  $\mathbf{B}$  uniforme.



Attilio Emiliano

Fig. 35.2. Moto di una particella carica positivamente in un campo magnetico  $\mathbf{B}$  uniforme che forma con  $\mathbf{v}$  un angolo qualsiasi. La traiettoria è un'elica cilindrica, il cui asse ha la direzione di  $\mathbf{B}$ .

Se la carica entra nel campo con una velocità  $\mathbf{v}$  che ha una direzione qualsiasi rispetto a  $\mathbf{B}$  possiamo fare così: decomponiamo  $\mathbf{v}$  in un componente parallelo a  $\mathbf{B}$  ( $\mathbf{v}_{\parallel}$ ) (che non viene influenzato affatto da  $\mathbf{B}$  poiché  $\mathbf{v}_{\parallel} \wedge \mathbf{B} = 0$ ), e in uno perpendicolare ( $\mathbf{v}_{\perp}$ ). Il moto risultante è quindi la sovrapposizione di un moto rettilineo uniforme in direzione parallela al campo, e di un moto circolare uniforme in direzione perpendicolare: la traiettoria è un'elica cilindrica (Fig. 35.2) il cui raggio  $r$  è dato dalla [35.3] con  $v = v_{\perp}$ , e il passo  $p$  dell'elica è proporzionale a  $v_{\parallel}$ .

Le azioni di forza dei campi magnetici sulle cariche elettriche in moto hanno diverse applicazioni pratiche. Vediamone due particolarmente interessanti.

### 35.2. Spettrometro di massa

In Fig. 35.3 è mostrato il dispositivo usato da Dempster per misurare le masse degli ioni,  $S$  è una sorgente di ioni, ad esempio un gas in cui ha luogo una scarica elettrica o, nel caso di elettroni, semplicemente un filamento riscaldato.  $F_1$  e  $F_2$  sono due piastre con due piccole fenditure, attraverso le quali gli ioni passano, venendo accelerati dalla d.d.p.  $V$  applicata fra di esse. Gli ioni entrano quindi in un campo magnetico uniforme  $\mathbf{B}$ , con una velocità data da

$$[35.6] \quad \frac{1}{2}mv^2 = qV$$

cioè

$$[35.7] \quad v = \sqrt{2 \frac{q}{m} V}$$

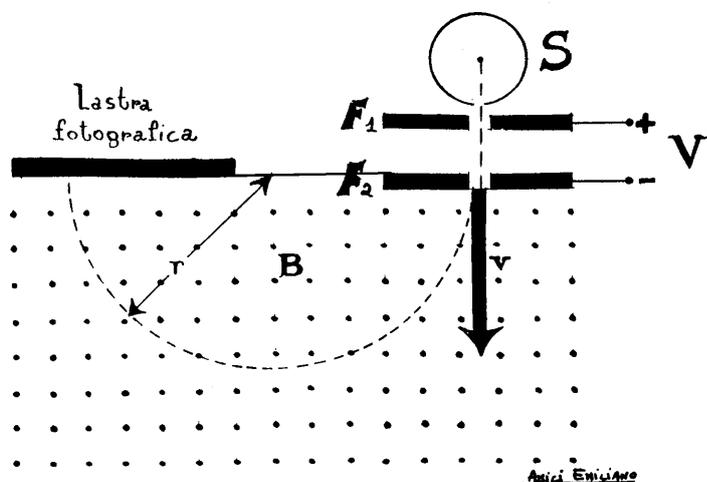
Gli ioni, dopo aver descritto nel campo delle semicirconferenze, incidono su una lastra fotografica e la impressionano, a una distanza  $2r$  dalla fenditura. Il raggio  $r$  dell'orbita è dato dalla [35.3], da cui si ha

$$[35.8] \quad v = \frac{q}{m} Br$$

Sostituendola nella [35.7], si ottiene

$$[35.9] \quad \frac{q}{m} = \frac{2V}{B^2 r^2}$$

cioè fissati  $V$  e  $B$ , da una misura di  $r$  è possibile ottenere  $q/m$ . Se misuriamo indipendentemente la carica  $q$ , otteniamo  $m$  (donde il nome di spettrometro di massa). In particolare ioni con uguale  $q$  ma con masse diverse, hanno  $r$  proporzionali a  $m$ . Fu proprio con una tecnica di questo tipo che furono scoperti, negli anni Venti del 1900, gli **isotopi**, cioè gli atomi di un medesimo elemento ma con masse differenti.



**Fig. 35.3.** Schema dello « Spettrometro di massa » Dempster.  $S$  è una sorgente di ioni. Le fenditure  $F_1$  e  $F_2$ , tra cui è applicata una differenza di potenziale  $V$  che accelera gli ioni, servono da collimatori. La lastra fotografica rivela l'arrivo degli ioni.

## Quesiti

- 35.1.** Uno ione sodio con una sola carica è stato accelerato attraverso una differenza di potenziale di 90 V ed è stato deviato in un campo magnetico di 0.100 T perpendicolare al fascio. Il raggio della parte circolare della traiettoria era 0.066 m. Calcolate la massa dello ione sodio.
- 35.2.** Particelle cariche vengono accelerate da un campo elettrico uniforme e deflesse da un campo magnetico. Quali grandezze si devono misurare per determinare le masse delle particelle?
- 35.3.** Da un fascio di particelle  $\alpha$  si vuole selezionare quelle con una velocità di  $8.0 \times 10^6$  m/s. Se viene applicato un campo elettrico di modulo  $E = 2.0 \times 10^3$  N/C perpendicolare al fascio, quale deve essere l'intensità del campo magnetico perpendicolare sia al fascio che al campo elettrico?
- 35.4.** In questo capitolo stiamo trascurato l'effetto della forza gravitazionale nella trattazione delle traiettorie degli elettroni e degli ioni in un campo elettrico. Per dimostrare che questa scelta è giustificata, trovate il rapporto fra il peso di un atomo di uranio ionizzato e con una sola carica (la massa dell'atomo di uranio è  $4.0 \times 10^{-25}$  kg) e la forza elettrica che agisce su questo ione nel campo elettrico tra due placche parallele distanti tra loro 0.5 cm, tra le quali è applicata una differenza di potenziale di 1.0 V.
- 35.5.** Un fascio di ioni di energia cinetica  $T$ , viene immesso in uno spazio in cui esiste un campo elettrico uniforme  $E = 1.0 \times 10^3$  N/C e un campo magnetico uniforme  $B = 2.0 \times 10^{-2}$  T. Il campo elettrico e il campo magnetico sono perpendicolari ed entrambi sono perpendicolari al fascio cosicché la forza elettrica e la forza magnetica che si esercitano su uno ione sono opposte. Qual è la velocità di quegli ioni che attraversano senza essere deflessi il campo elettrico e il campo magnetico perpendicolari?
- 35.6.** Gli ioni di Fig. 35.3 entrano con una velocità di  $5.0 \times 10^4$  m/s in una regione in cui c'è un campo magnetico di modulo  $B = 0.09$  T perpendicolare alla loro velocità. Nel campo magnetico gli ioni percorrono una semicirconferenza prima di colpire una lastra fotografica.
- (a) Qual è il diametro della circonferenza per uno ione di  $3.4 \times 10^{-26}$  kg?
- (b) Se il fascio di ioni è costituito da una miscela di ioni aventi la stessa velocità, ma con masse di  $3.4 \times 10^{-26}$  kg e  $3.7 \times 10^{-26}$  kg, qual è la distanza fra i segni prodotti sulle lastre fotografiche dai due tipi di ioni?

### 35.3. Acceleratori di particelle

Gli acceleratori di particelle sono dispositivi utilizzati per portare ad alta energia particelle cariche, cioè per fornire proiettili capaci di penetrare nel campo delle forze nucleari, in modo che, interagendo con il nucleo atomico, possano disintegrarlo con produzione di altre particelle.

Dalla conservazione dell'energia discende che il metodo più semplice per portare a elevata energia cinetica corpuscoli carichi (protoni, elettroni, deutoni <sup>(\*)</sup> e in generale ioni) è quello di accelerarli mediante una notevole differenza di potenziale costante.

Questa tecnica in pratica è però limitata dalle difficoltà di produrre e soprattutto di mantenere altissime tensioni. Quando infatti la d.d.p. è dell'ordine di qualche milione di volt, è necessario risolvere parecchi problemi tecnologici, specie d'isolamento, per evitare nel tubo acceleratore la produzione di scariche spurie che, oltre a danneggiare il dispositivo, abbassano la tensione limitandone così il rendimento.

L'energia massima ottenibile con macchine acceleratrici a campo elettrico costante è limitata ad alcuni MeV, per fasci di particelle con carica unitaria (questa è in pratica il caso di gran lunga più frequente), perché la realizzazione di generatori di tensione maggiore di  $5 \div 6$  MV è tecnicamente assai difficile.

Se si avesse a disposizione un generatore a tensione rigorosamente costante, le particelle accelerate in una macchina a campo costante avrebbero una dispersione in energia molto bassa (dell'ordine di 1 su  $10^5$  per un'energia di 5 MeV) dipendente solo dalla dispersione in energia delle particelle provenienti dalla sorgente. Ciò significa che, migliorando la stabilità del generatore di tensione (ed è possibile arrivare a stabilità migliori di 1 su  $10^4$  sino a 1 su  $10^5$ ) una macchina da 5 MV può dare un fascio di particelle la cui energia non differisca da 5 MeV rispettivamente di più di 250 eV e 25 eV.

Questa particolarità, propria delle macchine acceleratrici a campo elettrico costante, le rende insostituibili per tutte quelle esperienze nelle quali occorrono fasci di particelle monocromatiche <sup>(\*\*)</sup>. Come si

(\*) I deutoni sono nuclei di idrogeno pesante, chiamato deuterio.

vedrà in seguito, gli altri tipi di macchine acceleratrici (sia circolari che lineari, con campi a radiofrequenza) introducono una dispersione in energia nelle particelle accelerate, indipendentemente dalla monocromaticità della sorgente; come ordine di grandezza si può dire che in genere tale dispersione in energia è intorno all'1%.

### 35.4. Acceleratori lineari

Le difficoltà nell'accelerare corpuscoli carichi possono essere superate utilizzando un'opportuna successione di campi elettrici (Fig.35.4), i quali accelerano le particelle mediante tante piccole successive spinte, invece di una sola spinta; tali acceleratori vengono anche chiamati brevemente LINAC (\*\*).

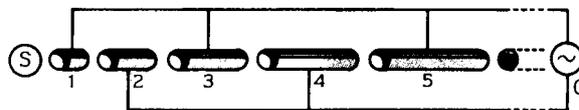
Logicamente, le tensioni, che producono i campi, devono agire sulle particelle con perfetta scelta di tempo e di segno, in modo che gli effetti si sommino e l'energia cinetica dei proiettili possa essere notevolmente incrementata senza ricorrere a elevate d.d.p.

La pista di lancio capace di produrre queste accelerazioni multiple è realizzata con una successione piuttosto numerosa di elettrodi, strutturati mediante una serie di conduttori cilindrici cavi, posti lungo lo stesso asse e collegati alternativamente a un generatore alternato ad alta frequenza.

È necessario operare con una tensione alternata che periodicamente cambia polarità, in quanto per accelerare sistematicamente una particella, per esempio un protone immesso dalla sorgente *S* nel primo elettrodo, il cilindro 2 deve essere negativo.

Quando poi il protone ha finito di percorrere il secondo elettrodo e si accinge a passare in 3, bisogna invertire la tensione in modo che il conduttore 2 diventi positivo e 3 negativo, e così in perfetto sincronismo per ogni successivo passaggio fra 3 e 4, fra 4 e 5, ecc.

Inoltre, poiché man mano che la particella avanza nell'acceleratore la sua velocità aumenta, per mantenere il sincronismo fra il periodo della tensione applicata e il tempo di transito del proiettile in ogni elettrodo, è necessario strutturare in modo rigoroso la lunghezza dei conduttori. Come si nota anche dalla Fig. 35.4 le lunghezze dei cilindri sono proporzionalmente crescenti.



**Fig. 35.4.** Schema di un acceleratore lineare, brevemente LINAC. *S*: sorgente di ioni; *G*: generatore di tensione alternata.

### 35.5. Acceleratori circolari

Per passare dallo studio delle strutture dei nuclei, all'esame della struttura dei componenti elementari dei nuclei, cioè dei nucleoni (protoni e neutroni), l'energia dei proiettili impiegati ha dovuto essere aumentata di alcuni ordini di grandezza, dalle decine di MeV ai GeV e oltre (TeV) (\*\*\*) .

(\*\*) In analogia con la terminologia usata per la spettroscopia delle radiazioni luminose, si dice "monocromatico" un fascio di particelle simili aventi tutte la stessa energia.

(\*\*\*) Il primo LINAC fu costruito nel 1931 da Sloan e Lawrence. Come esempi sono da ricordare il LINAC per protoni da 50 MeV usato come iniettore del protosincrotrone da 50000 MeV del CERN a Ginevra, e lo Stanford Linear Accelerator Center (SLAC) che si trova a sud di San Francisco in California, l'acceleratore lineare più lungo del mondo, esso accelera elettroni e positroni per ben 3 km verso vari bersagli, anelli e rivelatori posti al termine della corsa.

(\*\*\*\*) Il Large Electron-Positron Collider (LEP) del CERN è stato il più grande anello di accumulazione elettroni-positroni mai costruito. Il LEP passa sotto diverse città ad una profondità che va dai 70 ai 140 metri. Visto dall'alto il LEP è un grande ottagono di forma quasi circolare, posto a cavallo del confine tra Francia e Svizzera. L'anello è formato da otto sezioni rettilinee, ciascuna lunga 500 m, collegate da otto archi lunghi 2.8 km, con un raggio medio di 4.3 km (per una circonferenza di 26.7 km) e un'energia prodotta nella collisione dei fasci di 100 GeV. Dal 19 Settembre 2008 il Large Hadron Collider (LHC) ha sostituito nello stesso tunnel il LEP. L'anello LHC accelera due fasci di protoni fino a 7 TeV facendoli girare lungo due percorsi paralleli (all'interno di magneti superconduttori) lunghi 26.7 km ad una frequenza di 11 kHz. I due fasci di protoni viaggiano in direzione opposta e vengono fatti collidere in apposite camere sperimentali. Gli sciami di particelle così prodotti consentono di penetrare ancora più a fondo nella struttura della materia e di ricreare le condizioni in cui si trovava l'Universo  $10^{-12}$ s dopo il Big Bang quando la temperatura era di  $10^{16}$  K. In esperimenti futuri LHC accelererà interi nuclei fino a 600 TeV. Durante il

Per fare questo passo in avanti nell'energia degli acceleratori, si è dovuto abbandonare il principio della accelerazione elettrostatica, e basarsi su sistemi diversi.

Uno di questi sistemi consiste nel far percorrere alle particelle un'orbita a spirale o chiusa, comunque un'orbita tale per cui le particelle sono costrette a passare ripetutamente un grande numero di volte attraverso il medesimo sistema di accelerazione. In questo modo se ad ogni passaggio esse ricevono un incremento di energia  $\Delta E$ , e se i passaggi sono  $N$ , l'energia finale acquistata dalle particelle è  $E = N \cdot \Delta E$ . D'altra parte si può fare  $N$  tanto grande (e quindi ridurre  $\Delta E$  abbastanza piccolo) in modo che i problemi di isolamento del sistema che deve fornire l'incremento di energia  $\Delta E$  siano tecnicamente tollerabili.

Vengono chiamate "macchine circolari" questi acceleratori nei quali l'energia viene aumentata per incrementi successivi dovuti al passaggio ripetuto delle particelle sempre nel medesimo dispositivo accelerante.

Appartengono a questa famiglia: il *ciclotrone* ed il *sincrociclotrone*; il *betatrone*; il *sincrotrone*.

### 35.6. Il ciclotrone

Il ciclotrone è una macchina per accelerare particelle cariche; il primo fu progettato e realizzato praticamente nel 1932 dal fisico americano Ernest Lawrence (1902-1958). Sfruttando il fatto che una particella carica in moto in un campo magnetico descrive un'orbita circolare, la si fa passare ciclicamente attraverso una d.d.p. che la accelera in modo che ad ogni giro aumenti la sua energia cinetica. Lo schema di un ciclotrone è mostrato in Fig. 35.5. Una cavità cilindrica le cui pareti sono di lamina conduttrice è divisa in due metà, dette «D» perché hanno la forma di «D». Le due «D» sono immerse in un campo magnetico uniforme, ad esse perpendicolare. Una sorgente di ioni ( $S$ ), posta al centro del sistema, immette ioni in una delle due «D» fra le quali viene stabilita una d.d.p. dell'ordine di  $10^4$  V. Uno ione positivo viene attratto verso la «D» negativa, entra nel suo interno e non è sottoposto ad alcuna forza elettrica poiché il campo elettrico è nullo all'interno di una cavità conduttrice. Però esiste il campo magnetico e lo ione descrive un semicerchio, con velocità costante e riemerge dalla «D». Contemporaneamente, la d.d.p. fra le «D» viene invertita, per cui lo ione si trova davanti ancora una «D» negativa e viene nuovamente accelerato acquistando un'energia cinetica  $qV$ , per cui descrive un successivo semicerchio di raggio maggiore (dalla [35.3] si vede che il raggio aumenta con  $v$ ). Il processo continua e a ogni giro lo ione acquista un'energia  $2qV$  e aumenta man mano il raggio della sua orbita descrivendo una spirale fino a quando raggiunge la parete esterna di una «D», dove un elettrodo deflettore carico lo espelle. La velocità angolare dello ione e la sua frequenza di rotazione sono date rispettivamente dalle [35.4] e [35.5]. È evidente che la frequenza con cui deve essere invertita la polarità della d.d.p. è la stessa con cui ruota la particella. La velocità massima si ottiene dalla [35.3] imponendo che  $r$  sia uguale al raggio  $R$  delle «D». Quindi

$$[35.10] \quad v_{\max} = \frac{qBR}{m}$$

e l'energia cinetica massima della particella emergente è

$$[35.11] \quad E_{\max} = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m} \quad (\text{fisica classica})$$

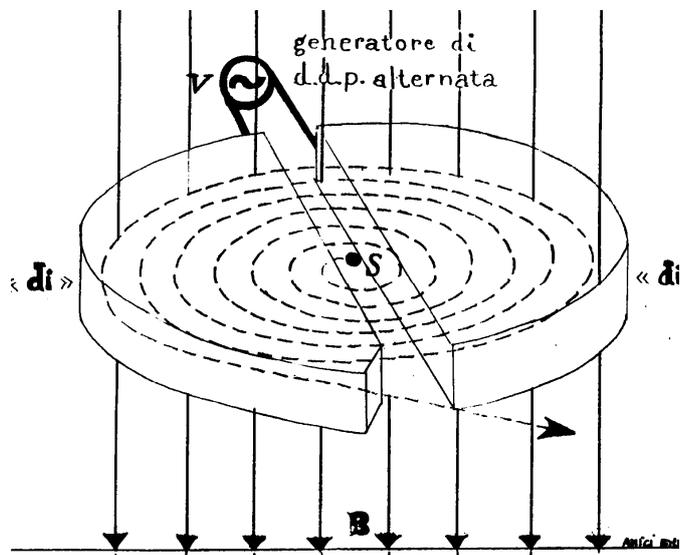


Fig. 35.5. Schema di un ciclotrone. La spirale tratteggiata rappresenta la traiettoria di una particella con carica positiva.

funzionamento, per poter essere superconduttori, i magneti acceleratori devono essere tenuti ad una temperatura di appena 1.8 K al di sopra dello zero assoluto.

Notiamo che  $E_{\max}$  non dipende da  $V$ : usare una  $V$  più o meno grande significa solo che la particella deve compiere pochi o molti giri prima di raggiungere  $E_{\max}$ . Si potrebbe pensare che, aumentando a piacere  $B$  e  $R$  si potrebbero raggiungere energie grandi quanto si vuole. Ci sono invece limiti tecnologici: è impossibile ottenere forti campi magnetici che siano uniformi su grandi aree, inoltre quanto più grandi sono le espansioni polari del magnete, tanto maggiore è il peso e quindi il costo. Usualmente  $B$  è dell'ordine di 1.5 T e  $R$  è al massimo 1 m, il che comporta, per i protoni, un'energia massima teorica di circa 90 MeV.

### Quesiti

- 35.7.** Qual è la forza massima che un campo magnetico di 1 T può esercitare su un elettrone la cui energia è 10 keV? Qual è la forza minima e in quali condizioni verrebbe esercitata?
- 35.8.** Un elettrone da 10 eV di energia cinetica si muove in un piano ortogonalmente ad un campo magnetico uniforme di intensità  $1.0 \times 10^{-4}$  T,  
 (a) qual è il raggio dell'orbita? (b) qual è la frequenza di ciclotrone?  
 (c) qual è il periodo di rotazione  $T$ ? (d) qual è il verso di circolazione visto da un osservatore che guarda nel verso del campo?
- 35.9.** Un elettrone che parte dalla quiete accelera cadendo attraverso una differenza di potenziale di 1000 V, quindi entra in un campo magnetico dove descrive un'orbita circolare avente un raggio di 0.2 m. Qual è l'induzione magnetica? [R.  $5.35 \times 10^{-4}$  T]
- 35.10.** Due particelle hanno la stessa quantità di moto, ma una reca una carica elettrica doppia di quella dell'altra. Quale sarà il rapporto tra i raggi delle loro orbite nello stesso campo magnetico uniforme?
- 35.11.** Un elettrone viene accelerato all'interno di due piastre, fra le quali è applicata una d.d.p. di 5000 V. Un protone viene accelerato all'interno delle due stesse piastre, fra le quali è applicata la stessa d.d.p. di 5000 V. Determinare il rapporto delle velocità con cui le particelle colpiscono le relative piastre.
- 35.12.** Qual è il raggio che viene osservato quando protoni con energia pari a 88 eV vengono sparati perpendicolarmente ad un campo magnetico di  $1.0 \times 10^{-2}$  T? Normalmente i protoni vengono accelerati facendoli passare attraverso le piastre di un condensatore piano carico, descrivere come ciò sia possibile e quale deve essere la d.d.p. fra le piastre per cedere agli elettroni una energia pari a 88 eV.
- 35.13.** È possibile far acquistare ad un protone, in un ciclotrone avente un campo magnetico di intensità 1.5 T, un'energia di 500 GeV?
- 35.14.** Osservando la traiettoria di una particella carica in una camera a bolle (costituita da idrogeno liquido) immersa in un forte campo magnetico si osserva che il suo raggio diminuisce descrivendo una traiettoria a spirale che si chiude in un punto. Spiegare il perché.
- 35.15.** Descrivere il principio di funzionamento di uno spettrografo di massa. Quali grandezze si devono misurare per determinare la massa delle particelle?
- 35.16.** Uno ione carbonio monovalente ( $^{12}\text{C}^+$ ) risulta avere la stessa orbita di un protone di 2 MeV in un certo campo magnetico. Qual è l'energia dello ione carbonio? [R. 1/6 MeV]
- 35.17.** Si desidera che in un ciclotrone una particella  $\alpha$  di 40 MeV descriva un'orbita con un raggio di 1 m. Quale induzione magnetica è necessaria?
- 35.18.** Un certo ciclotrone può produrre protoni di 10 MeV. Se l'induzione magnetica è 1 T, quanto tempo impiega un protone per compiere una rivoluzione completa? Se la tensione acceleratrice applicata agli estremi dell'intervallo fra i due «D» è 40 kV, quante rivoluzioni sono necessarie per accelerare i protoni fino a comunicare loro l'energia finale? Qual è l'intervallo di tempo richiesto dal processo di accelerazione?  
 [R.  $6.55 \times 10^{-8}$  s; 125 rivoluzioni (ad ogni rivoluzione, il protone passa 2 volte attraverso la tensione acceleratrice);  $8.2 \times 10^{-6}$  s]
- 35.19.** Un fascio di protoni si muove attraverso una regione in cui esistono sia un campo elettrico uniforme sia un campo magnetico uniforme. I protoni si muovono orizzontalmente parallelamente e nello stesso verso all'asse delle  $x$  con una velocità di  $3.0 \times 10^6$  m/s e si osserva che non vengono deviati. Se l'intensità del campo elettrico ha modulo  $3.0 \times 10^4$  V/m ed è orientata secondo la direzione  $y$  positiva, si trovino l'orientamento ed il modulo dell'induzione magnetica.
- 35.20.** Un protone avente un'energia 2.0 keV viene proiettato in un campo magnetico uniforme di induzione magnetica 1.5 T con una velocità che forma un angolo di  $80^\circ$  con la direzione orientata dell'induzione magnetica. Si trovino (a) il raggio, (b) la velocità angolare  $\omega$  e (c) il passo dell'elica che esso

descrive. (Il passo dell'elica è la distanza lungo l'asse dell'elica tra punti successivi in cui la particella occupa la stessa posizione nel suo moto circolare.)

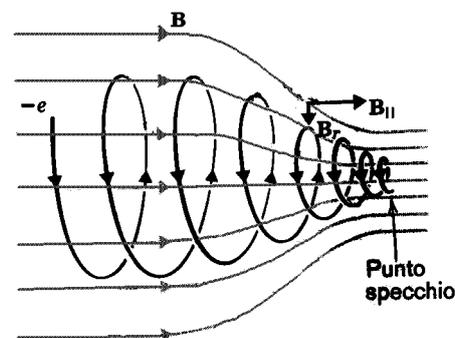
- 35.21.** Se una carica puntiforme di valore  $+q$  e velocità  $v$  si trova a distanza  $d$  dall'asse di un lungo filo rettilineo percorso da una corrente  $i$  e si sta muovendo perpendicolarmente all'asse del filo, quali sono la direzione ed il modulo della forza agente su essa, se la carica si sta (a) avvicinando, (b) allontanando dal filo?

### 35.7. Orbite intrappolate

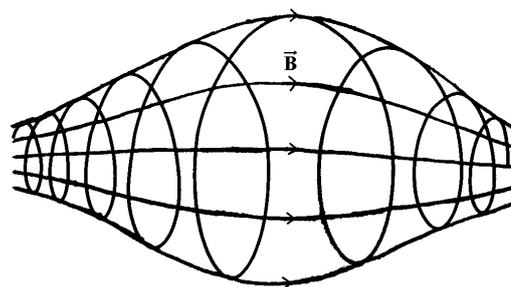
Il raggio dell'orbita di una particella carica in un campo magnetico è inversamente proporzionale all'intensità del campo; se  $B$  aumenta, allora, per una data velocità, il raggio dell'orbita della particella deve decrescere. La Fig. 35.6 rappresenta un campo magnetico la cui intensità cresce da sinistra a destra. (L'addensamento delle linee di campo indica un'elevata intensità di campo.) Se una particella carica, per esempio un elettrone, entra in questo campo e il suo vettore velocità forma con le linee di campo un angolo minore di  $90^\circ$ , l'elettrone comincia a descrivere un'orbita elicoidale. Nelle prime fasi del moto rappresentato nella Fig. 35.6, l'elettrone si muove in un campo uniforme diretto verso destra, e il moto ha la forma di un'orbita elicoidale semplice. Ma dove l'intensità del campo cresce (cioè, dove le linee di campo si addensano), l'elettrone comincia a descrivere, intorno alle linee di campo, una spirale il cui raggio decresce continuamente. In questa regione il vettore del campo ha un componente orientato verso destra ( $\mathbf{B}_{\parallel}$ ) e un componente orientato verso il centro del fascio di linee di campo ( $\mathbf{B}_r$ , il componente radiale). Se si calcola la forza esercitata sull'elettrone da  $\mathbf{B}_r$ , usando la regola della mano destra, si trova che questa forza è sempre orientata verso sinistra, qualunque sia la posizione dell'elettrone nella sua orbita elicoidale. Cioè, l'addensamento delle linee di campo produce una forza sull'elettrone la quale ne ritarda il moto nella regione in cui l'intensità del campo è alta. In un certo punto (chiamato *specchio*) il moto dell'elettrone nella regione di campo elevato si arresterà completamente e l'elettrone verrà riflesso verso la regione di campo magnetico più debole.

L'azione del punto specchio è analoga all'urto elastico di una palla su una parete: l'elettrone «colpisce» la parete magnetica nello specchio e viene riflesso.

Aumentando l'intensità del campo magnetico (cioè, comprimendo le linee di campo) in due punti differenti, come in Fig. 35.7, si ottiene una *bottiglia magnetica* in cui le particelle cariche possono essere intrappolate con riflessioni successive sulle regioni di campo elevato. Tali dispositivi lasciano sperare che si riesca a confinare le particelle di alta energia (quali i deutoni) per tempi abbastanza lunghi da permettere di estrarre potenza utile dalle reazioni nucleari che avvengono quando le particelle si urtano. Per i reattori a fusione di questo tipo generale, visti i risultati raggiunti sinora, non si può stabilire quando entreranno in uso. Esperimenti volti a questo scopo vengono eseguiti con vari dispositivi che confinano le particelle cariche per mezzo di campi magnetici.



**Fig. 35.6.** Un elettrone descrive una spirale di raggio decrescente intorno alle linee di intensità di  $\mathbf{B}$  decrescente e si riflette nel punto specchio.



**Fig. 35.7.** Una bottiglia magnetica nella quale le particelle cariche possono essere confinate perché si riflettono avanti e indietro fra i punti specchio situati nelle regioni in cui l'intensità del campo magnetico è elevata.

### 35.8. Particelle cariche nel campo magnetico terrestre. I raggi cosmici

La Terra è sottoposta a un bombardamento continuo di particelle cariche energetiche provenienti dallo spazio esterno. Alcune di queste particelle si originano all'esterno del sistema solare e sono costituite soprattutto da protoni (circa l'85%) e da particelle  $\alpha$  (circa il 14%); il resto è formato da nuclei più pesanti. Queste particelle sono chiamate *raggi cosmici galattici* per mettere in evidenza il fatto che non hanno origine locale<sup>(\*)</sup>. Vi sono inoltre i *raggi cosmici solari* che sono anch'essi soprattutto protoni e che vengono espulsi continuamente dal Sole ma con maggiore abbondanza durante i periodi in cui sulla superficie solare avvengono violenti perturbazioni (tempeste magnetiche).

I raggi cosmici solari hanno energie che arrivano fino ad alcuni GeV ( $1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}$ ), ma sono stati osservati raggi cosmici galattici con energie fino a  $10^{19} \text{ eV}$  (all'incirca 1 joule!). Quando queste particelle della radiazione cosmica si avvicinano alla Terra vengono influenzate dal campo magnetico terrestre. Se l'energia cinetica di una particella è minore di un certo valore minimo (energia di taglio), la particella verrà deviata dal campo e non raggiungerà mai la superficie della Terra.

Nel caso dei protoni che entrano nel campo magnetico terrestre lungo una traiettoria che giace nel *piano equatoriale geomagnetico*, l'energia di taglio è all'incirca 15 GeV. Cioè i protoni con energie minori di 15 GeV sono deviati nello spazio, mentre quelli con energie maggiori di 15 GeV possono arrivare sulla superficie terrestre. A latitudini geomagnetiche più elevate, l'energia di taglio è minore e nei poli magnetici anche le particelle con basse energie, descrivendo una spirale sempre più stretta intorno alle linee di campo, possono raggiungere la superficie terrestre. La Fig. 35.8 rappresenta le traiettorie di alcune particelle cariche nel campo magnetico terrestre.

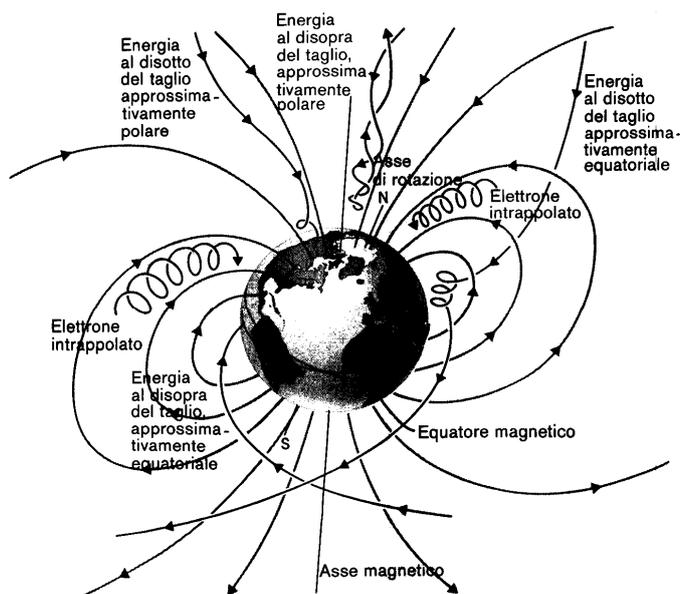


Fig. 35.8. Il moto delle particelle cariche nel campo magnetico terrestre (magnetosfera).

### 35.9. Le fasce di radiazione che circondano la Terra

Durante il volo del satellite Explorer 1, avvenuto nel 1958, James A. Van Allen e i suoi collaboratori scoprirono che esistono regioni dello spazio in prossimità della Terra le quali contengono un elevato numero di particelle cariche. Queste regioni sono chiamate *fasce di radiazione di Van Allen* (Fig. 35.9) e sono le regioni in cui le particelle cariche sono intrappolate nel campo magnetico terrestre. La Fig. 35.10 mostra una delle prime carte delle fasce di radiazione, disegnate in base ai dati ottenuti dai satelliti. Le varie curve rappresentano le superfici su cui la densità di elettroni è costante.

Oggi si sa che nel campo terrestre sono intrappolati anche protoni, oltre che elettroni. Come nel caso degli elettroni, anche la densità dei

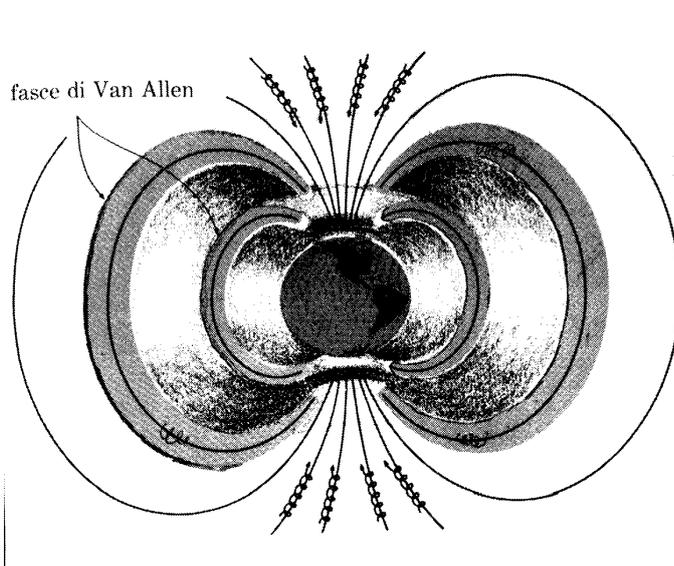
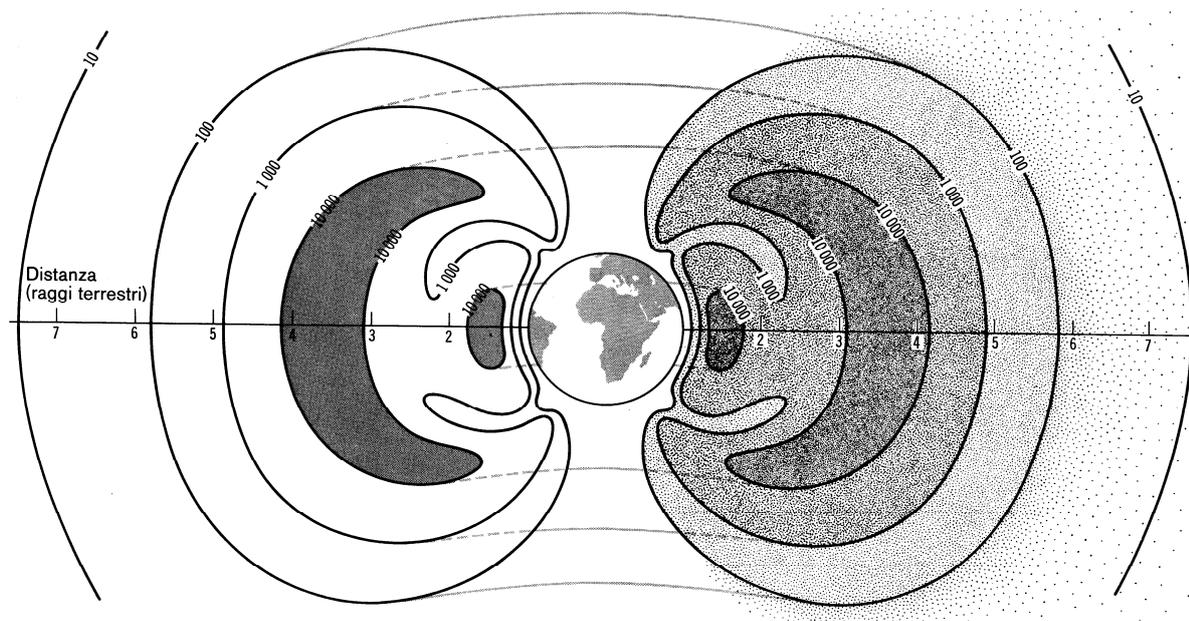


Fig. 35.9. Fasce di radiazione di Van Allen.

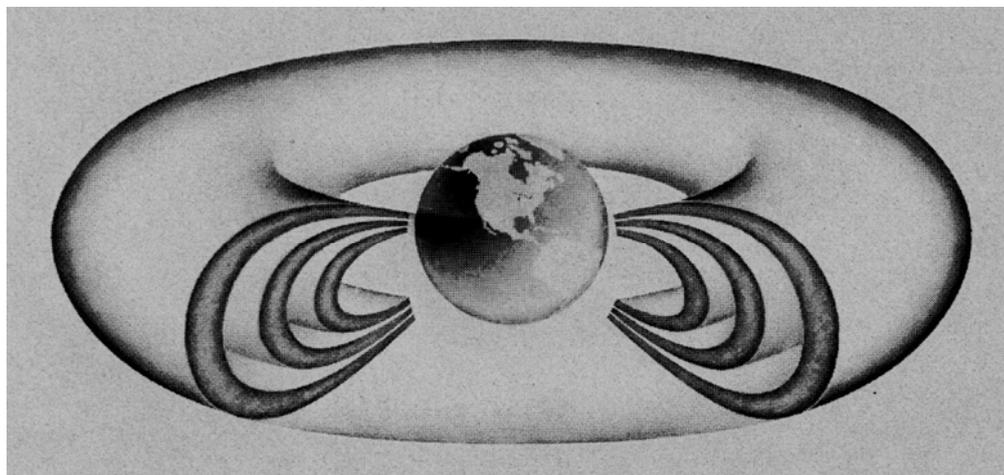
<sup>(\*)</sup> La maggior parte di queste particelle ha origine probabilmente all'interno della nostra Galassia.



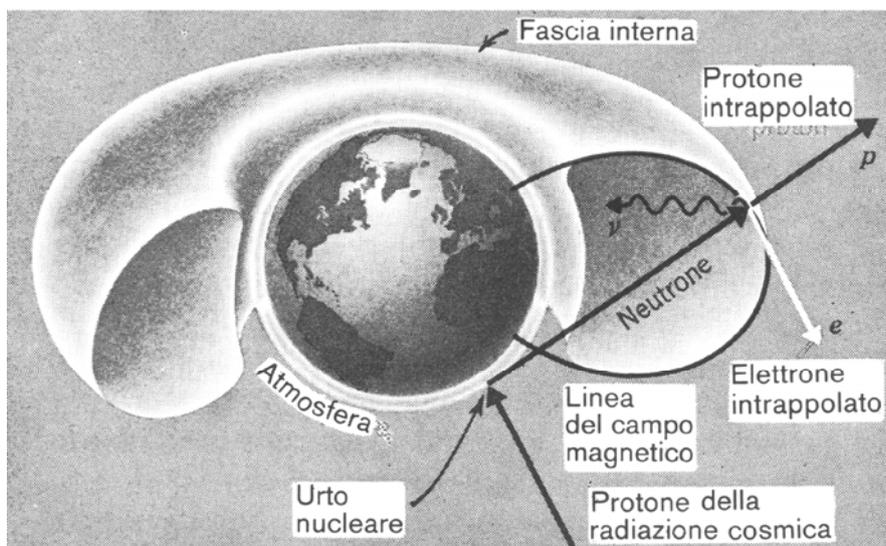
**Fig. 35.10.** Carta delle fasce di radiazione di Van Allen, disegnata in base ai dati forniti dai satelliti. Le due regioni ombreggiate sono la fascia di radiazione interna e la fascia di radiazione esterna in cui la densità degli elettroni è elevata. I numeri scritti sulle curve di livello rappresentano le frequenze di conteggio registrate per i rivelatori di Van Allen. (Secondo James A. Van Allen.)

protoni varia con la posizione. La distribuzione dei protoni di bassa energia (energie fino a 10 MeV) è rappresentata in Fig. 35.11.

Uno dei meccanismi che sembrano responsabili almeno di una parte degli elettroni e dei protoni intrappolati nel campo magnetico terrestre è il seguente. I protoni di alta energia che sono espulsi dal Sole o galattici incidono sulla regione superiore dell'atmosfera. Gli urti fra i protoni e i nuclei degli atomi di gas producono reazioni nucleari nelle quali sono emessi neutroni. I neutroni non portano carica elettrica, e perciò non sono influenzati dal campo magnetico terrestre. Quindi, i neutroni abbandonano le zone delle reazioni nucleari e, seguendo traiettorie rettilinee, passano dall'atmosfera nelle regioni della magnetosfera in cui l'intensità del campo è più debole (le regioni delle fasce di radiazione).



**Fig. 35.11.** Tre fasce di protoni di bassa energia. Le fasce in realtà si sovrappongono e non vi sono soluzioni di continuità. Le fasce rappresentate in questa figura indicano le regioni in cui i protoni di varie energie hanno la massima densità. I protoni con le energie più basse sono concentrati nella fascia esterna e le particelle con l'energia più alta si trovano prevalentemente nella fascia interna.



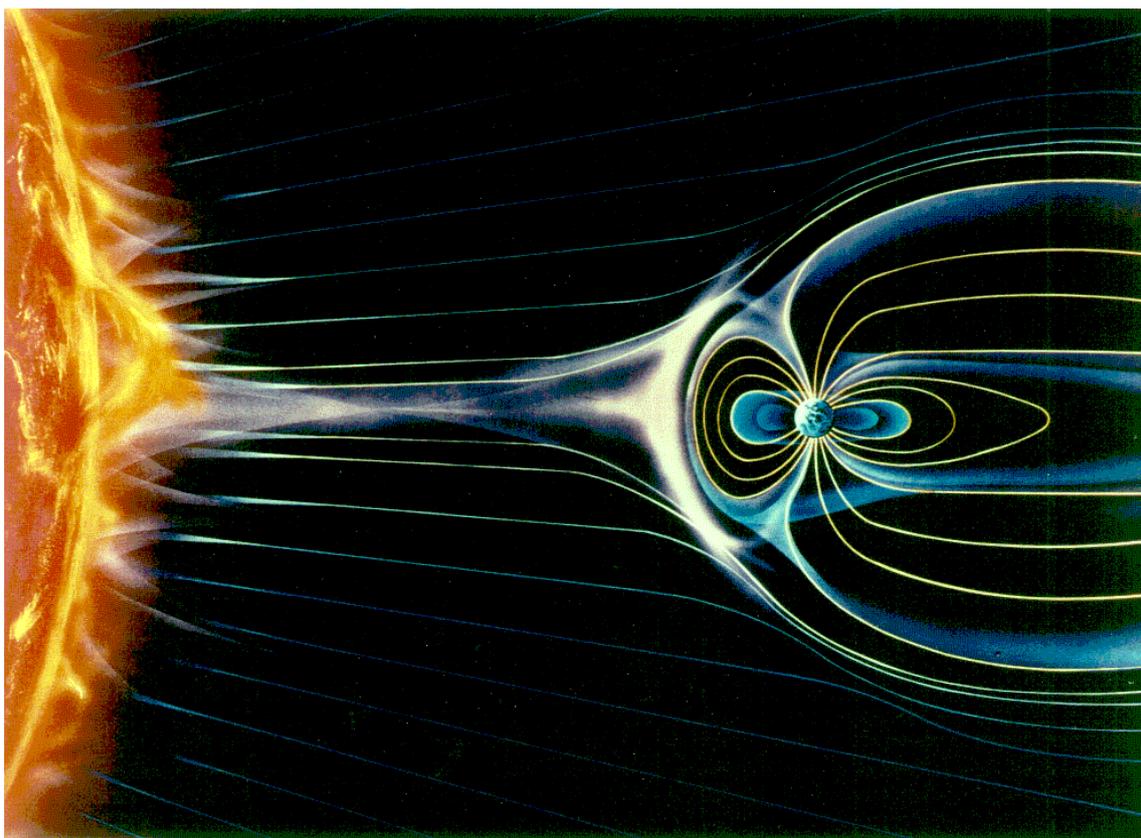
**Fig. 35.12.** Intrappolamento degli elettroni e dei protoni prodotti dal decadimento dei neutroni. I neutroni sono prodotti quando i protoni della radiazione cosmica interagiscono con i nuclei degli atomi di gas presenti nelle regioni superiori dell'atmosfera.

Il neutrone è una particella instabile e decade in un tempo medio di 14.8 minuti in un protone, un elettrone e un antineutrino elettronico. Gli elettroni e i protoni generati dal decadimento dei neutroni possono essere intrappolati nel campo magnetico e contribuiscono alle fasce di radiazione. I neutrini non sono carichi e perciò sfuggono. Questo processo è schematizzato nella Fig. 35.12.

Sebbene il meccanismo del decadimento dei neutroni sia chiaramente responsabile di una parte degli elettroni e dei protoni che si trovano nella fascia di radiazione interna, le particelle nella fascia esterna sono forse iniettate direttamente dalle radiazioni solari. Una grande quantità di informazioni sulle fasce di radiazione è stata ottenuta negli ultimi anni da esperimenti con satelliti e razzi, ma, in realtà, non si possiede ancora una teoria veramente soddisfacente che descriva nei particolari i dati riguardanti le particelle cariche presenti nella magnetosfera.

### 35.10. L'effetto del vento solare sulla magnetosfera

Il campo magnetico terrestre non è statico, né il semplice campo del tipo magnete a sbarra (Fig.34.5(a) a pag. 438), esso si estende a grandi distanze nello spazio. La *magnetosfera* è profondamente influenzata dal cosiddetto *vento solare*, un flusso continuo di protoni ed elettroni che sono espulsi dal Sole e che, quando raggiungono la posizione occupata dalla Terra, hanno una velocità di circa 400 km/s (nel caso dei protoni questa velocità corrisponde ad una energia di 170 keV). La densità delle particelle del vento solare nello spazio vicino alla Terra è compresa tra 10 e 100 particelle per centimetro cubo; il valore varia nel tempo ed è una funzione dell'attività superficiale del Sole. I campi magnetici prodotti da queste particelle cariche in moto devono essere sommati settorialmente al campo magnetico terrestre per ottenere il campo magnetico totale nello spazio. Il risultato è che la magnetosfera terrestre è eliminata in certe regioni o «soffiata all'indietro» dal vento solare (Fig. 35.13). La distorsione delle linee del campo magnetico terrestre è tanto grande nella direzione verso il Sole che la magnetosfera termina bruscamente a una distanza di 8÷10 raggi terrestri; nella direzione opposta al Sole le linee di campo si estendono nello spazio.



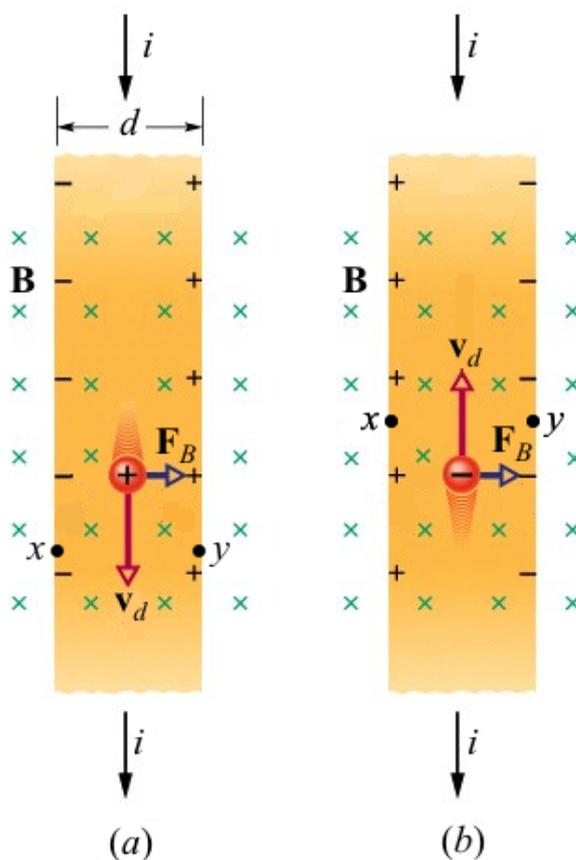
**Fig. 35.13.** Effetto del vento solare sulla magnetosfera terrestre.

### 35.11. Effetto Hall

Nel 1879, all'Università John Hopkins, E.H. Hall ideò un esperimento per misurare il segno dei portatori di carica in un conduttore. Nella Fig. 35.14 viene rappresentata una striscia di rame percorsa da una corrente convenzionale  $i$  nel verso indicato dalla freccia. Secondo la convenzione, il verso della corrente  $i$  è quello nel quale si muoverebbero i portatori di carica se fossero positivi. La freccia può rappresentare sia cariche positive che si muovono verso il basso (come nella Fig. 35.14(a)), che cariche negative che si muovono verso l'alto (come nella Fig. 35.14(b)). L'effetto Hall permette di decidere fra queste due possibilità.

Ponendo la striscia tra i poli di un elettromagnete si crea un campo magnetico  $\mathbf{B}$  perpendicolare alla striscia. Questo campo esercita sulla striscia una forza deflettente  $\mathbf{F}_B$  (data da  $i\mathbf{l} \wedge \mathbf{B}$ ) che è diretta verso destra come nella figura. Poiché la forza trasversale esercitata sul conduttore è dovuta alle forze trasversali sui portatori di carica (date da  $q\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$ ), questi portatori, siano essi positivi o negativi, tenderanno a spostarsi verso destra nella figura mentre si muovono lungo la striscia, producendo una *differenza di potenziale Hall*,  $V_{xy}$ , fra i punti come  $x$  e  $y$ . Il segno dei portatori di carica è determinato dal segno di questa differenza di potenziale Hall. Se i portatori sono positivi  $y$  sarà ad un potenziale maggiore di  $x$ , se sono negativi  $y$  sarà ad un potenziale minore di  $x$ , l'esperimento dimostra che *nei metalli i portatori di carica sono negativi*.

Gli esperimenti sull'effetto Hall forniscono importanti informazioni sui processi di conduzione elettrica nei metalli, nei semiconduttori, ed in altri conduttori.



**Fig. 35.14.** Una corrente  $i$  è fatta circolare in una striscia di rame posta in un campo magnetico  $\mathbf{B}$ , nell'ipotesi che vi siano (a) portatori di carica positivi e (b) portatori di carica negativi.