

L'osservazione della natura e la conoscenza del mondo

Un paese che distrugge la sua scuola non lo fa mai solo per soldi, perché le risorse mancano o i costi sono eccessivi.
Un paese che demolisce l'istruzione è già governato da quelli che dalla diffusione del sapere hanno solo da perdere.

Italo Calvino



Raffaello, Scuola di Atene, 1508-1511, Stanza della Segnatura, Palazzi Vaticani, Roma

Si pregano i presenti di compilare il questionario al seguente collegamento:

<http://www.fisica.unipg.it/dip/questionario-scuole>

Selezionare la scuola accedendo a tutti i seminari effettuati. Studenti e docenti sono invitati a esprimersi sui seminari che hanno seguito, dando una valutazione (da 1 a 5) su tre indicatori: chiarezza dell'esposizione, interesse dell'argomento e gradimento complessivo. Si può esprimere inoltre una valutazione globale sull'iniziativa prima di inoltrare il questionario.

CLASSIFICA CENSIS

| ATENE0 | POSIZIONE | MEDIA |
|--------------------|-----------|-------|
| PERUGIA | 1 | 102,0 |
| TRIESTE | 2 | 99,5 |
| FERRARA | 3 | 98,5 |
| ROMA LA SAPIENZA | 4 | 95,0 |
| URBINO | 5 | 94,5 |
| SIENA | 6 | 93,0 |
| BASILICATA | 7 | 92,0 |
| PADOVA | 8 | 91,5 |
| UDINE | 8 | 91,5 |
| PISA | 10 | 91,0 |
| INSUBRIA | 11 | 90,5 |
| MILANO BICOCCA | 12 | 89,5 |
| MILANO POLITECNICO | 12 | 89,5 |

| ATENE0 | POSIZIONE | MEDIA |
|--------------------|-----------|-------|
| TRENTO | 12 | 89,5 |
| ROMA TOR VERGATA | 15 | 89,0 |
| CAMERINO | 16 | 88,5 |
| FIRENZE | 17 | 87,5 |
| MARCHE | 17 | 87,5 |
| GENOVA | 19 | 87,0 |
| PIEMONTE ORIENTALE | 20 | 86,5 |
| TORINO | 21 | 86,0 |
| MILANO | 22 | 85,5 |
| BRESCIA | 23 | 85,0 |
| NAPOLI 2 - CASERTA | 24 | 84,0 |
| ROMA TRE | 24 | 84,0 |
| BARI POLITECNICO | 26 | 83,5 |

Il Dipartimento di Fisica dell'Università di Perugia non è grande ma la ricerca scientifica è di alto livello nel panorama italiano ma anche internazionale

Il mondo **NON** deve essere compreso usando il senso comune, questo ci porta spesso ad errori di interpretazione. La più **logica** delle scienze è la matematica. Ad esempio l'aritmetica si basa su 5 assiomi introdotti da Giuseppe Peano (1899).

- 1) Lo zero è un numero
- 2) Il successore immediato di un numero è un numero
- 3) Lo zero non è successore immediato di alcun numero
- 4) Due numeri qualsiasi hanno un diverso successore immediato
- 5) Ogni proprietà di cui goda lo zero e il successore immediato di ogni numero che goda di detta proprietà è una proprietà di tutti i numeri (induzione)

Sebbene l'aritmetica sia molto utile e, in pratica, funzioni perfettamente non è possibile dimostrare (internamente) che l'insieme degli assiomi è coerente (Kurt Gödel, 1931, Sulle proposizioni formalmente indecidibili dei *Principia Mathematica*). È facile introdurre antinomie o paradossi anche in sistemi logici molto semplici.

La differenza fra la fisica e la matematica è che ogni teoria fisica, alla fine, si deve confrontare con l'osservazione e la natura delle cose non conosce la matematica.

La parte della fisica che maggiormente si allontana dall'esperienza quotidiana (o senso comune) è quella che si occupa del comportamento della natura in una scala microscopica.

La Meccanica Quantistica.

In fisica classica si osservano traiettorie in funzione del tempo. Nel mondo microscopico le singole traiettorie non hanno più un senso preciso e i sistemi si possono descrivere solo in senso statistico quando molti sistemi equivalenti vengono esaminati.

Assiomi (semplificati) della MQ

1) Il comportamento degli oggetti microscopici è stabilito dai loro stati che definiscono la **probabilità** dei vari fenomeni

2, 3) I valori delle grandezze fisiche sono definiti dagli stati secondo regole stabilite

4) Le leggi della fisica sono ridefinite dai due assiomi precedenti e dalle leggi della scala macroscopica

La Meccanica Quantistica inizia con il problema del Corpo Nero

Il problema viene risolto da Plank introducendo un'ipotesi non prevista dalle leggi dell'elettromagnetismo di validità completamente stabilita.

Dalla fisica classica, termodinamica e elettromagnetismo si ricava la legge di Stefan-Boltzmann

$$j = \sigma T^4$$

$$\sigma = 5.670400 \times 10^{-8} \text{ Js}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

Derivazione formale

u densità di energia, U energia, Q calore, P pressione, V volume, T temperatura, S entropia

$$P = \frac{u}{3} \quad dU = dQ - PdV = TdS - PdV$$

$$U = 3PV \quad dU = 3PdV + 3VdP = TdS - PdV$$

$$dS = 4PdV + 3VdP \quad \left. \frac{\partial S}{\partial V} \right|_P = \frac{4P}{T}$$

$$\left. \frac{\partial}{\partial P} \frac{\partial S}{\partial V} \right|_P \Big|_V = \left. \frac{\partial}{\partial V} \frac{\partial S}{\partial P} \right|_V \Big|_P \quad \frac{1}{P} \frac{dP}{dT} = \frac{4}{T} \quad \left. \frac{\partial S}{\partial P} \right|_V = \frac{3V}{T}$$

$$4 \left. \frac{\partial P/T}{\partial P} \right|_V = 3 \left. \frac{\partial V/T}{\partial V} \right|_P \quad \frac{dP}{P} = 4 \frac{dT}{T}$$

Integrando l'ultima equazione si ricava la relazione che fornisce la legge di Stefan

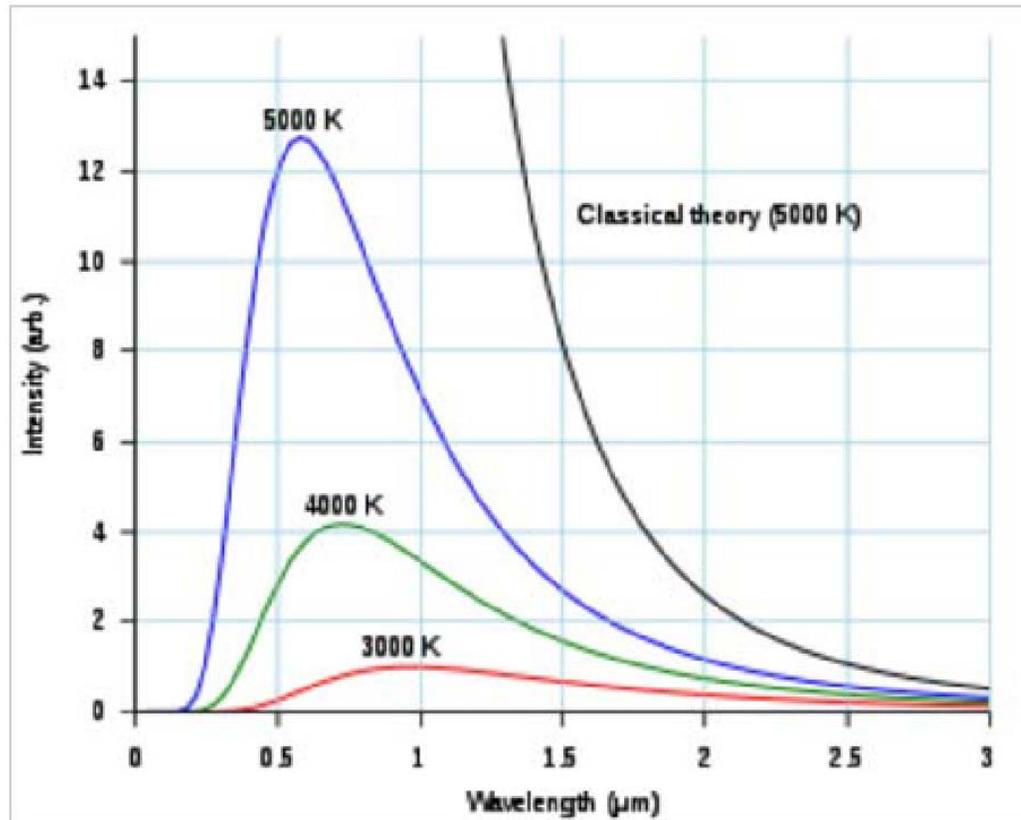
$$\ln(P) = 4 \ln(T) + \text{cost}$$

$$u = 3P \propto T^4$$

Questo è inconsistente con la derivazione classica dell'energia emessa in funzione della lunghezza d'onda (o frequenza) che non risulta integrabile e quindi suggerisce un'emissione di energia infinita.

Partendo dalla fisica classica si ottiene infatti la legge di Rayleigh-Jeans che si esprime:

$$B_{\lambda}(T) \propto \frac{1}{\lambda^4}$$



Il punto di partenza classico è il principio di equipartizione dell'energia al livello microscopico: tutti gli oscillatori che costituiscono la materia hanno un'energia proporzionale alla temperatura. Gli oscillatori sono infiniti distribuiti a tutte le lunghezze d'onda (o frequenze), da qui la divergenza. Plank, ritenendo che il principio di equipartizione non fosse essenziale, decise che la radiazione non poteva essere assorbita liberamente ma questa interagiva con la materia solo per quantità finite:

i quanti

$$\Delta E = h \nu = \hbar \omega \quad \omega = 2\pi \nu$$

Dove la costante h è detta ora costante di Plank ed è da determinare per confronto con le osservazioni sperimentali.

Partendo da questa relazione, che non ha alcuna base, si ottiene che lo spettro del corpo nero è dato dalla formula di Plank che non contiene alcuna divergenza.

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1}$$

Questa espressione riproduce con grande accuratezza i risultati sperimentali ma pone il problema di attribuire un significato alla quantizzazione dell'energia elettromagnetica.

Quali sono le ulteriori conseguenze?

Oltre al corpo nero ci sono alcuni altri effetti scoperti a cavallo fra XIX e XX secolo che necessitano di spiegazione che non è presente nelle formulazioni usuali della meccanica e dell'elettromagnetismo:

Spettro a righe dell'emissione atomica

Calore specifico dei solidi a bassa temperatura

Effetto fotoelettrico

Diffrazione delle particelle microscopiche

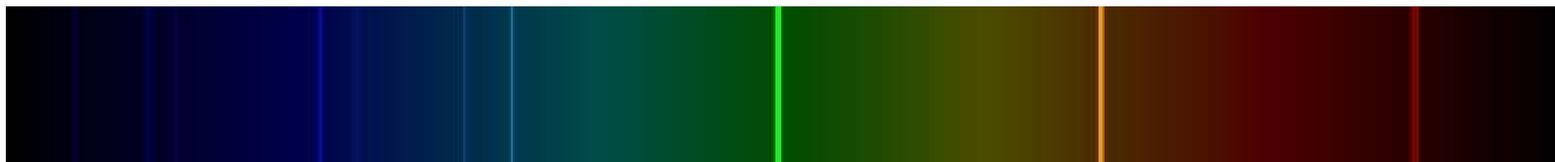
H



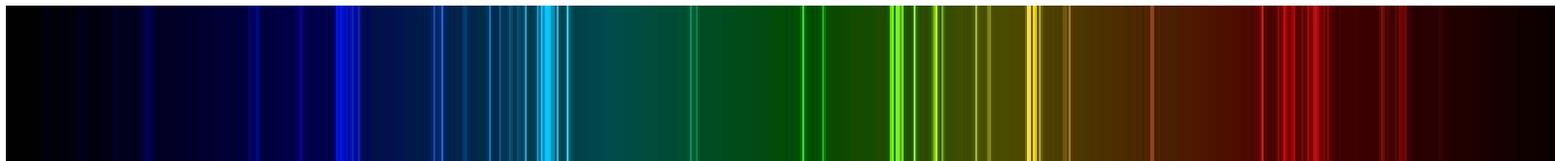
He



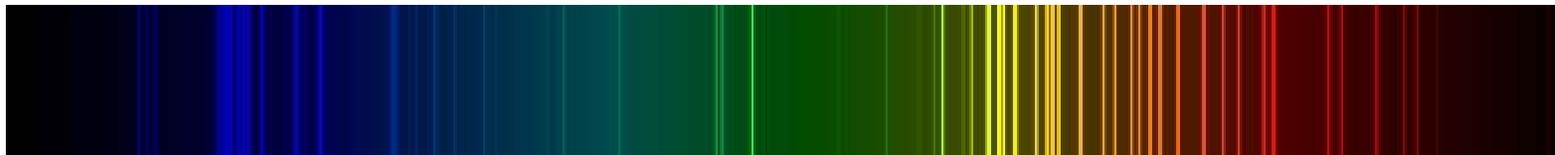
Li

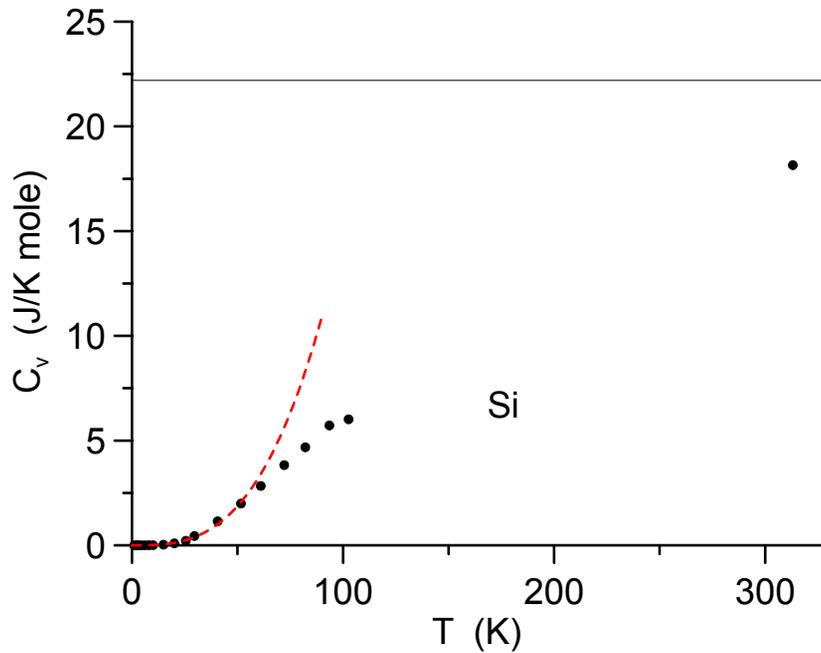


N

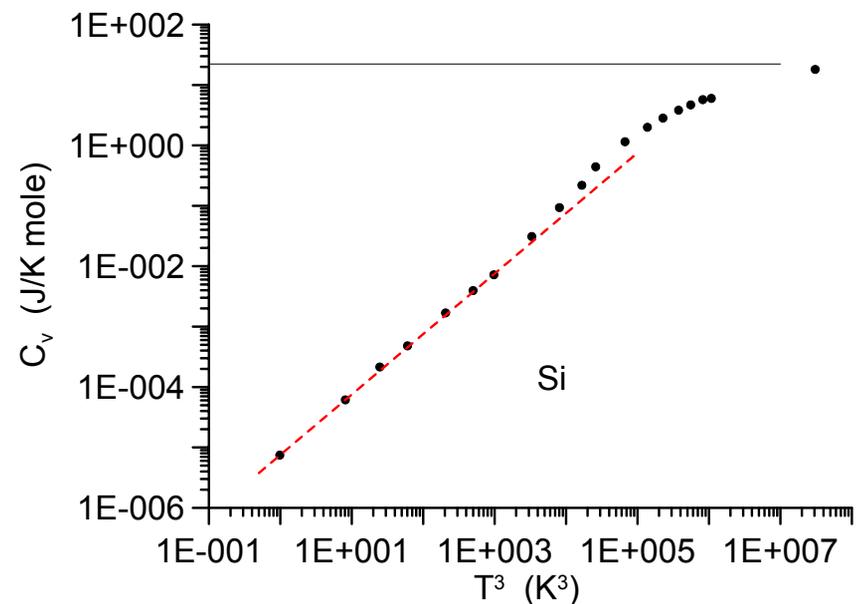


Ne





Il calore specifico di un solido dovrebbe essere una costante ma l'esperimento mostra che diminuisce a bassa temperatura

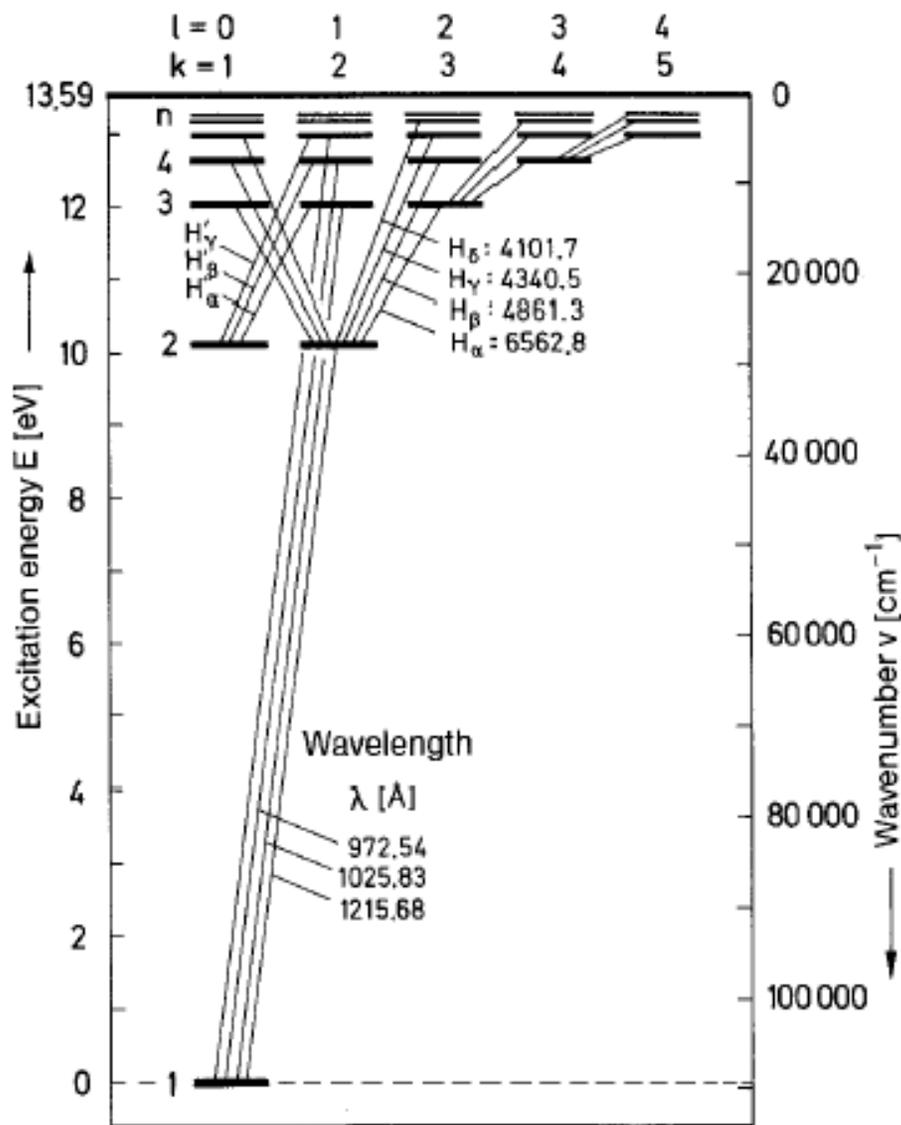


Le frequenze emesse da un atomo di idrogeno sono descritte perfettamente da due semplici relazioni che fanno uso in modo diretto dell'ipotesi di Plank sul corpo nero:

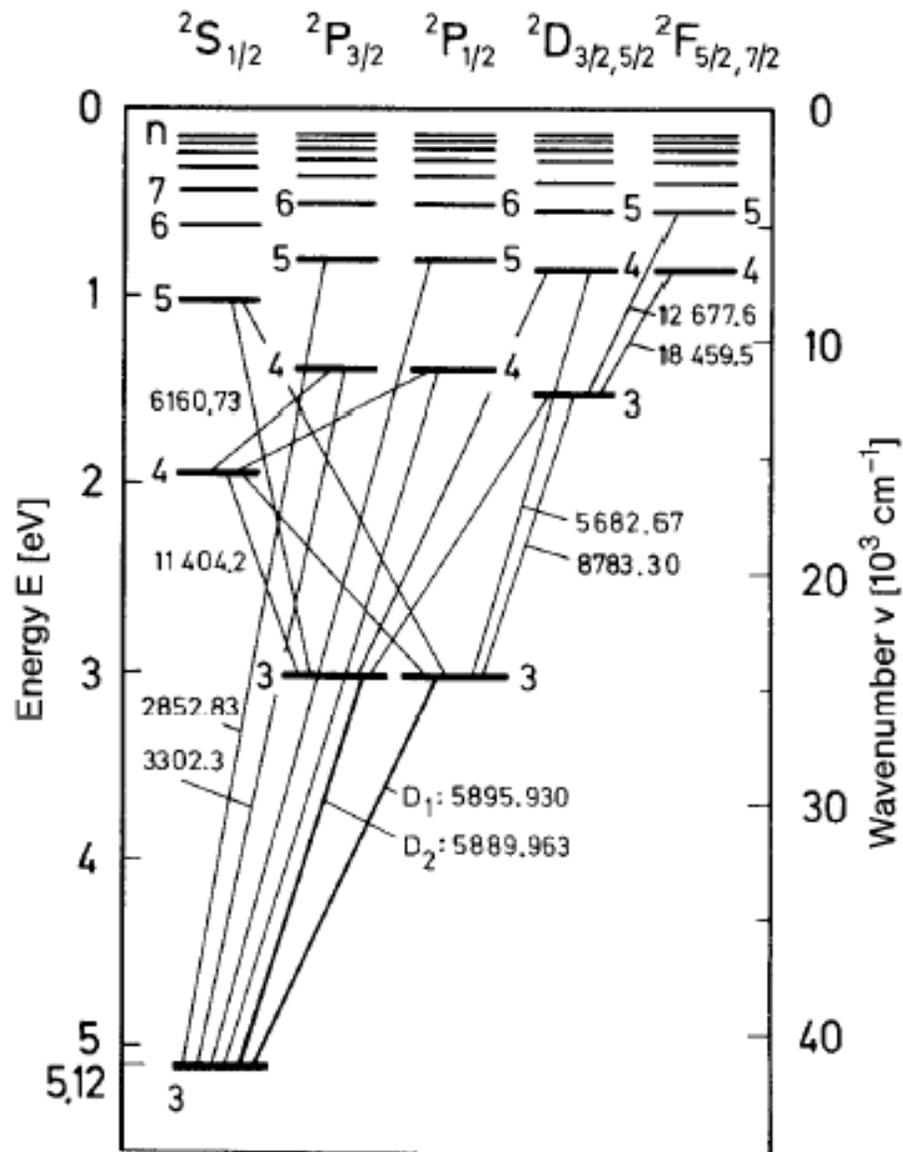
$$\hbar\omega = h\nu = h\frac{c}{\lambda} = E_n - E_m$$

$$E_n - E_k = R[1/k^2 - 1/n^2] \quad R = 109737.318 \pm 0.012 \text{cm}^{-1}$$

H



Na



L'interpretazione è che un atomo ha solo energie discrete. Questo è un fatto che ricorda il comportamento di **onde stazionarie** che hanno frequenze ben definite. In alternativa, le energie discrete suggeriscono una descrizione matematica sulla base del concetto di **autovalori** di una matrice.

Queste osservazioni hanno portato, da un lato, Schrödinger e, dall'altro, Heisenberg, a proporre due teorie: una basata sulle onde ed una basata sulle matrici.

Meccanica ondulatoria

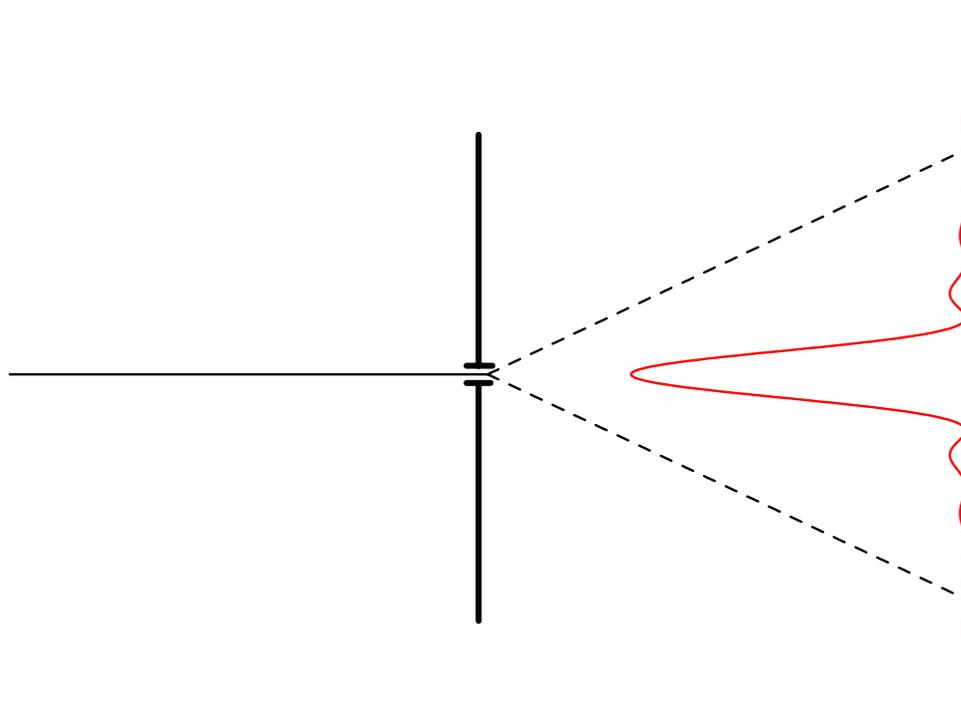
Meccanica delle matrici

In seguito si è dimostrato, grazie agli sviluppi dell'analisi funzionale, che le due teorie sono assolutamente equivalenti.

Il principale risultato della MQ è che qualunque osservazione dà un risultato su base statistica, cioè quello che si misura è solo la frequenza di un fenomeno o un processo.

Rimane il dubbio se la MQ descriva un sistema o solo un insieme di sistemi.

Un fascio di elettroni che passa attraverso una fenditura, al pari di un fascio di luce, subisce un fenomeno di diffrazione. I singoli elettroni arrivano a caso sullo schermo ma un gran numero di essi produce la distribuzione tipica dei fenomeni di diffrazione.



Questo esperimento crea un problema concettuale: infatti quando un elettrone viene rivelato, sebbene ci sia una probabilità finita che esso venga rivelato anche in un altro punto, questo non accade o, se accade, il fenomeno ha una probabilità trascurabile.

L'idea di osservare la stessa particella in due punti crea dei problemi concettuali ma la teoria non è in grado di escluderlo. Gli esperimenti indicano che un processo di questo tipo non avviene, neanche se i punti sono molto lontani.

Come è possibile che, sebbene la probabilità sia diversa da zero, la doppia osservazione non avvenga? Sembra che ci sia una sorta di comunicazione a distanza istantanea o comunque a una velocità superiore anche a quella della luce. Non esiste contesto che permetta di trattare correttamente questo problema salvo che assumere che sia così.

Esistono vari punti di vista filosofici ma nessuna descrizione formale.

Un'antinomia tipica della MQ: la disuguaglianza di Bell

Questa relazione è elementare e sembra a prova di ogni attacco. Si abbia un insieme di oggetti di cui consideriamo tre proprietà. Segue il teorema di Bell nella forma:

$$N(A, \overline{B}) + N(B, \overline{C}) \geq N(A, \overline{C})$$

dove A , B e C sono le tre proprietà considerate e la barra superiore indica che l'opposto della proprietà indicata.

La dimostrazione è elementare, anche se contiene alcune assunzioni logiche che, sebbene sembrano ovvie sono da considerare importanti.

$$N(A, \bar{B}, C) + N(\bar{A}, B, \bar{C}) \geq 0$$

$$N(A, \bar{B}, C) + N(A, \bar{B}, \bar{C}) = N(A, \bar{B})$$

$$N(\bar{A}, B, \bar{C}) + N(A, B, \bar{C}) = N(B, \bar{C})$$

Dal confronto della prima relazione con le altre due segue immediatamente la disuguaglianza

Nella dimostrazione si assume che la logica a due valori sia valida e, più importante, si assume che una proprietà esista sia che la si osservi sia che non la si osservi (realismo).

Sembrano entrambi assunti ovvi ma non lo sono.

Sebbene il teorema di Bell sembri a prova di qualunque esame, un esperimento nel mondo microscopico, perfettamente in accordo con la teoria, mostra che la MQ nega la disuguaglianza di Bell.

È possibile che la MQ sia una teoria incompleta e che quindi manchi qualcosa di sostanziale alla nostra visione del mondo.

Il problema non è risolto ma sembra che questi risultati mettano in dubbio il **realismo** insito nel nostro modo di osservare il mondo.

Molto dobbiamo ancora scoprire su come va il mondo, forse si apriranno nuove ed inaspettate possibilità.

La negazione sperimentale della disuguaglianza di Bell è stata ottenuta da più autori in esperimenti sempre più sofisticati. Gli esperimenti fanno spesso uso di sorgenti dette a due fotoni: Esistono processi in cui un atomo emette **simultaneamente** due quanti di luce in direzioni opposte (particelle correlate o *entangled*). Le proprietà che si considerano sono le polarizzazioni dei due fotoni (quattro proprietà possibili).

La limitazione di questi esperimenti è che usano sempre e solo fotoni.

Effettuare un esperimento su particelle materiali implica la disponibilità di stati di due particelle legate fra di loro (entangled). Gli elettroni non sono utili in quanto la carica elettrica rende difficoltoso il loro controllo. L'alternativa possibile sono i neutroni che sono però impossibili da controllare.

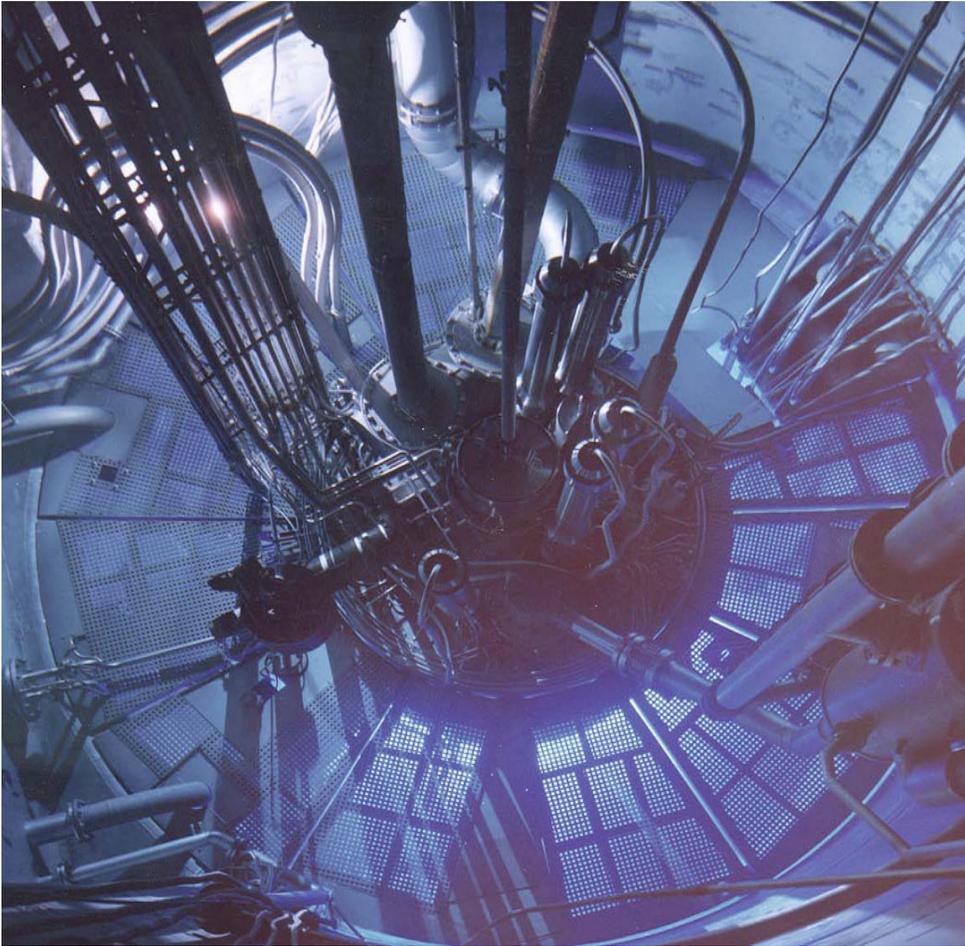
Per costruire uno stato correlato si può sfruttare il fatto che le particelle microscopiche sono indistinguibili e si dividono in due categorie: bosoni (esempio: fotoni) e fermioni (esempio: elettroni, neutroni, protoni).

Per costruire uno stato correlato si può sfruttare il fatto che due particelle appartenenti alla categoria dei **fermioni** non possono esistere a piccola distanza se hanno lo stesso spin.

I neutroni sono fermioni.

Il loro spin può assumere due soli valori: $-1/2$ o $+1/2$. Coppie di neutroni possono essere o con spin uguali o diversi, quindi a piccole distanze di osservano solo coppie con spin diverso, le due particelle sono automaticamente correlate o entangled: una ha uno spin e l'altra un altro.

La produzione dei neutroni: i reattori a fissione



Interno di un reattore di ricerca durante il funzionamento. Esistono appositi canali per estrarre flussi di neutroni abbastanza alti per un esperimento.

Esperimenti dedicati alla disuguaglianza di Bell sono stati tentati ma fino ad ora i dati non sono adeguati a garantire il risultato anche se ci sono molti progressi che suggeriscono che le regole della MQ siano perfettamente derivate anche in questo contesto. In particolare non sembra proprio che ci siano effetti "non locali" come quelli che ci sarebbero se ci fosse una connessione fra particelle lontane.

Gli assiomi della MQ si enunciano formalmente come segue in breve (essenziale la matematica):

- 1) Gli stati dei sistemi sono la classe di equivalenza degli elementi di uno spazio di Hilbert secondo la relazione $x_1 = a x_0$
- 2, 3) Gli osservabili sono rappresentati da operatori lineari auto-aggiunti dello spazio di Hilbert, possibili valori di una misura sono gli elementi dello spettro dell'operatore corrispondente. Il valore effettivo di una misura è completamente a caso
- 4) L'evoluzione di un osservabile o di uno stato è definito dall'operatore detto Hamiltoniana

È stato detto che il teorema di Bell è la più profonda scoperta della scienza.

In realtà tutti i problemi nascono dal senso comune.

Einstein ne dava una particolare definizione:
prejudices acquired at an early age.

È chiaro che il senso comune non può essere di guida nell'osservazione della natura: qualunque sia l'osservazione, se l'esperimento è corretto, il risultato deve essere accettato per "poco credibile" sia.

Credon poi, con fé profonda
cui s'inchina la ragion,
che la luce è corpo ed onda
corpo ed onda è l'elettron.

Sono questi i dogmi santi
ch'egli insegna agl'infedel
con esempi edificanti,
appoggiandosi al Vangel.