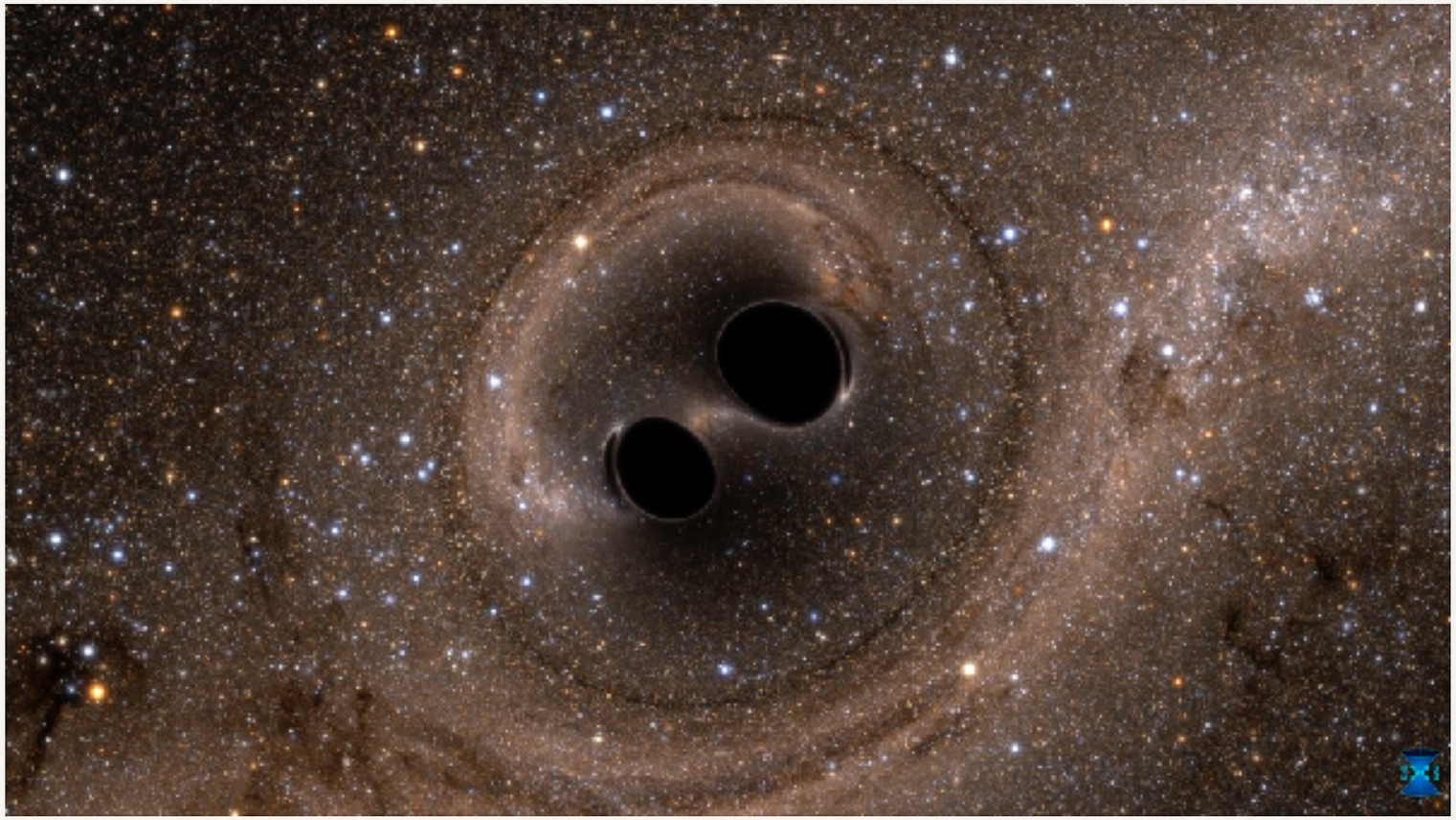
DIPARTIMENTO DI FISICA E GEOLOGIA
Università degli Studi di Perugia, Italia

La Fisica incontra le Scuole Superiori

INFN Istituto Nazionale di Fisica Nucleare



Gianluca Grignani
Dipartimento di Fisica e Geologia, Università di Perugia e Sezione I.N.F.N. di Perugia

Buchi Neri

Liceo Donatelli, Terni, 10 gennaio 2017

Programma

1. **Introduzione**
2. **Breve storia dei buchi neri**
3. **Come si forma un buco nero?**
4. **Che succede in un buco nero?**
5. **Che succede intorno ad un buco nero?**

Introduzione

- GW150914: il 14 settembre 2015 alle 11.51 dell'ora legale italiana i due interferometri di LIGO a Livingstone, Louisiana e (7 ms dopo) a Hanford, Washington, hanno misurato il segnale di un'onda gravitazionale proveniente da un sistema di due **buchi neri**.

- L'onda gravitazionale si è generata, 1.3 miliardi di anni fa, nella fase finale (circa 0.2 sec) della coalescenza di due **buchi neri** che si sono uniti per formarne uno solo più massivo e rotante.

- Basandosi sulla forma del segnale si è potuto stimare che le massa dei due buchi neri erano di circa 29 e 36 masse solari e che il buco nero risultante era solo di 62 masse solari.

$$29M_\odot + 36M_\odot = 65M_\odot$$

$3M_\odot$ perse in onde gravitazionali

Introduzione

- Secondo la relatività generale due buchi neri che ruotano uno attorno all'altro perdono energia attraverso l'emissione di onde gravitazionali, questo causa il loro avvicinamento nel corso di miliardi di anni e poi molto più rapidamente nei minuti finali.
- Durante la frazione di secondo (circa 0.2 sec) finale i due buchi neri ruotano uno attorno all'altro ad una velocità di circa **c/2** si uniscono e formano un unico buco nero più massivo convertendo circa tre masse solari in energia attraverso la:

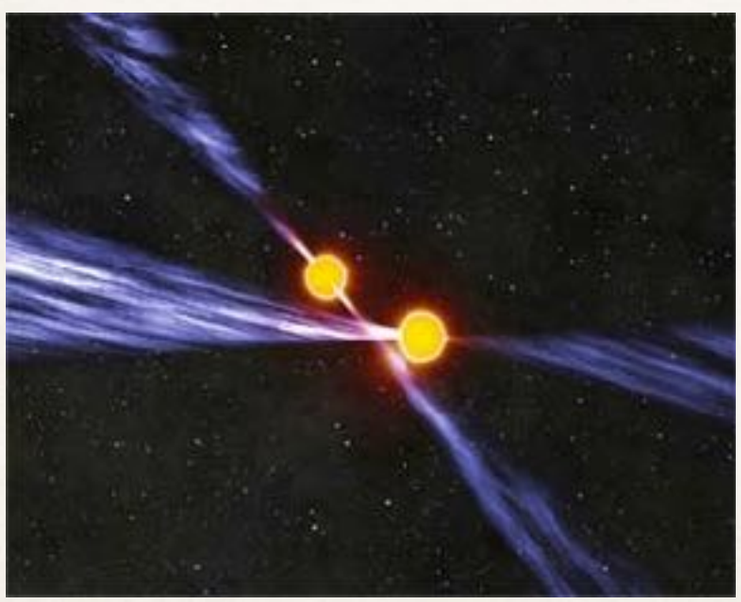
$$E = mc^2$$

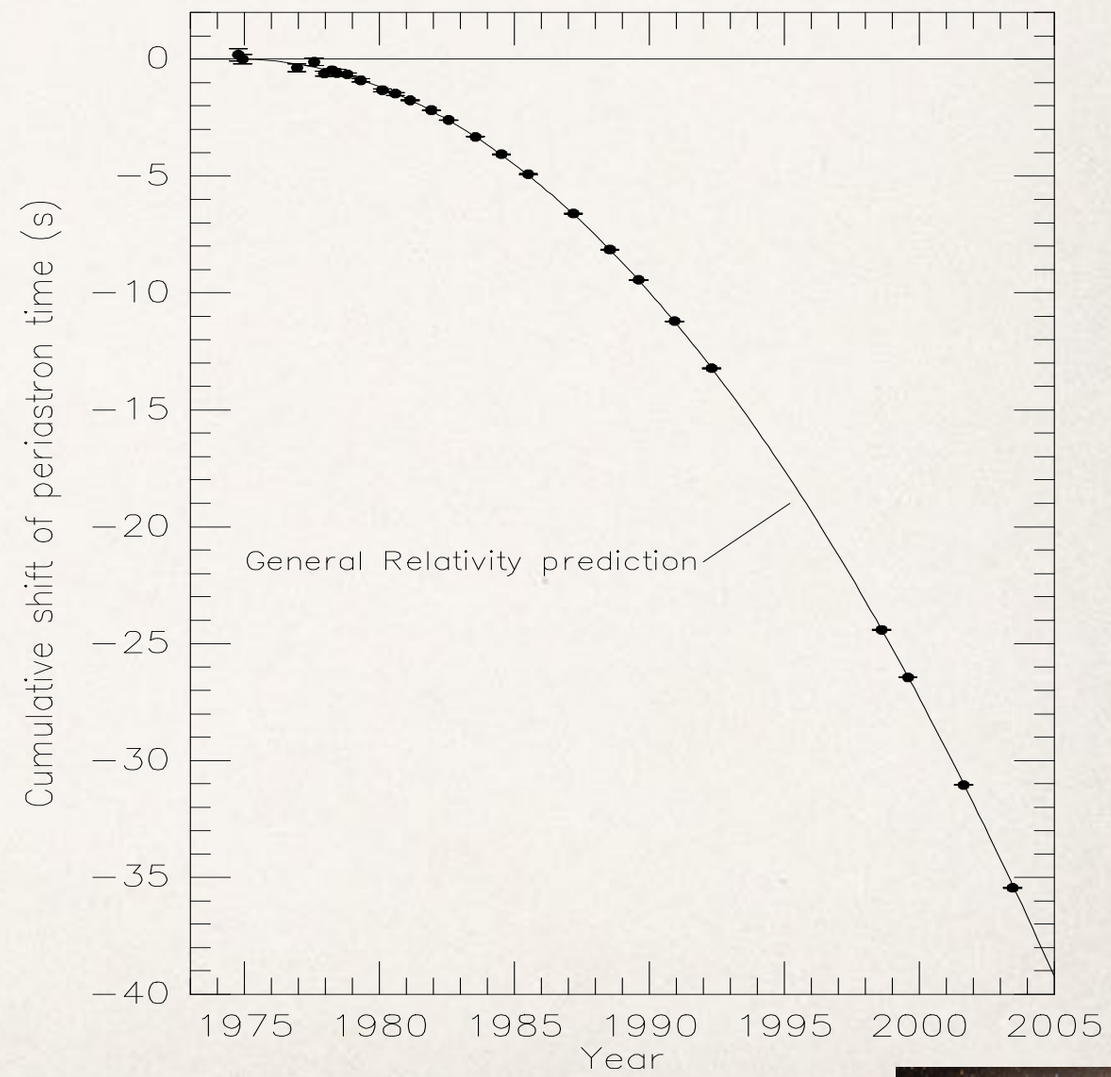
- Quella di LIGO è la prima osservazione diretta delle onde gravitazionali, ma soprattutto è la prima prova sperimentale diretta dei **buchi neri** previsti dalla teoria della relatività generale.

Introduzione

- L'esistenza delle onde gravitazionali, previste già da Einstein nel 1916, fu dimostrata, anche sperimentalmente, già da Hulse e Taylor negli anni 70-80.

Hulse e Taylor:
Premio Nobel per la Fisica 1993





Buchi neri

- Due stelle di neutroni che ruotano una intorno all'altra emettono onde gravitazionali e si avvicinano! Hulse e Taylor studiarono un sistema binario costituito da una pulsar e una stella di neutroni.

Breve storia dei buchi neri

Definizione:

- Un buco nero è una regione dello spazio-tempo in cui il campo gravitazionale è talmente forte da precludere anche alla luce di uscire dalla regione stessa.
- Un buco nero si forma quando un corpo di massa M si contrae ad una dimensione minore del cosiddetto **raggio gravitazionale:**

$$r_g = \frac{2GM}{c^2}$$

- G è la costante gravitazionale di Newton
- c è la velocità della luce
- La velocità necessaria per lasciare il buco nero e andare all'infinito (**velocità di fuga**) è c, **che è la velocità limite!**
- Conclusione del tutto generale perché l'interazione gravitazionale è universale: **qualunque oggetto con un' energia non nulla partecipa all'azione gravitazionale. Quindi anche la luce!**

Breve storia dei buchi neri

- Nel 1784 un docente di Cambridge, Rev. John Michell, formulò il concetto di **stella nera**: un corpo con massa e densità tali da intrappolare i raggi luminosi a causa della sua enorme attrazione gravitazionale. Laplace arrivò alla stessa conclusione nel 1796.

- Energia potenziale + cinetica sulla superficie = 0 = energia all' infinito, in equazioni:

$$\frac{GMm}{r_g} = \frac{1}{2}mv_e^2 \quad \Rightarrow \quad v_e = \sqrt{\frac{2MG}{r_g}}$$

- Sostituendo alla velocità di fuga, la velocità della luce:

$$r_g = \frac{2GM}{c^2}$$ per una massa $$M > \frac{c^2 r_g}{2G}$$

niente può sfuggire ad una distanza $r > r_g$

Breve storia dei buchi neri

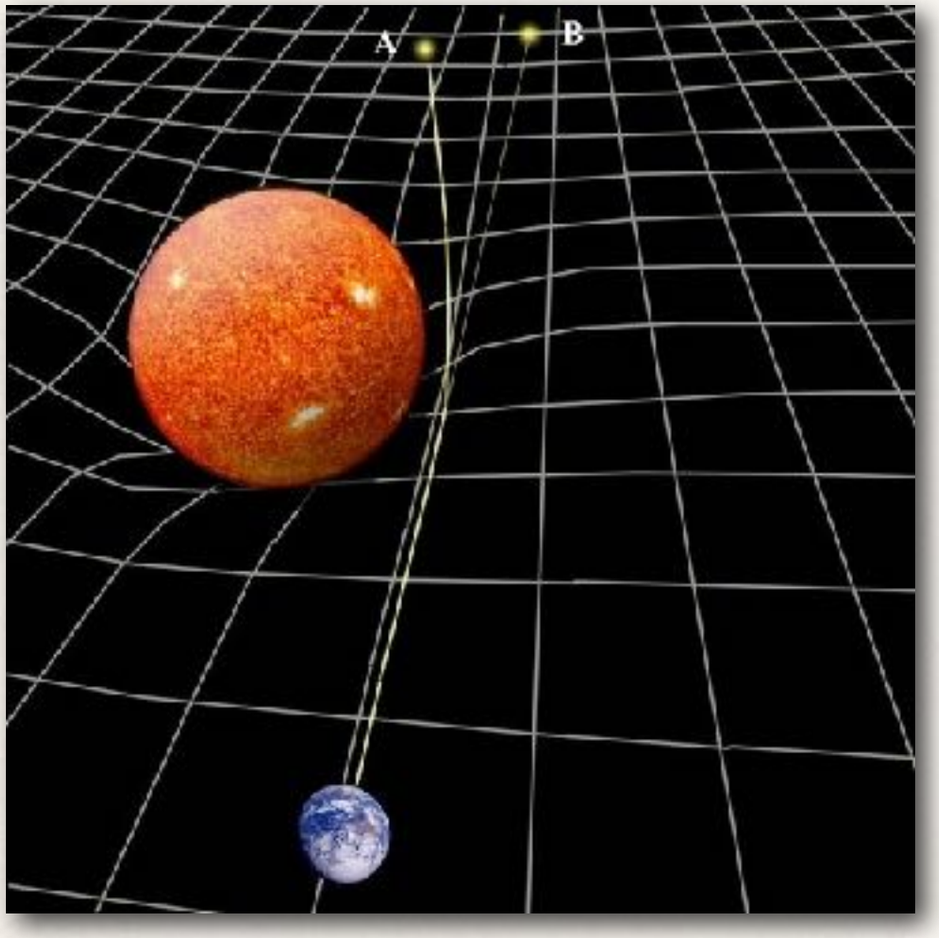
- L'ipotesi della stella nera venne abbandonata con lo sviluppo della teoria ondulatoria della luce, ma nel 1915 la pubblicazione della relatività generale di Einstein rivoluzionò la visione classica della gravitazione ponendo l'attenzione sull'aspetto geometrico del campo.
- In relatività generale il problema del buco nero nacque già nel 1916, cioè dopo che Schwarzschild, ottenne la prima soluzione esatta a simmetria sferica delle equazioni di campo di Einstein, la famosa metrica di Schwarzschild!

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) dt^2 + \frac{dr^2}{1 - \frac{2GM}{c^2 r}} + r^2 \left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2\right)$$

- Oltre a presentare una singolarità al centro $r = 0$ questa soluzione ha una singolarità sulla superficie sferica di raggio pari al raggio gravitazionale r_g !

La Relatività Generale di Einstein

geometrizzazione della forza gravitazionale



$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi G_N T_{\mu\nu}$$

Teoria *classica* dello spazio-tempo

Ha passato con successo vari test sperimentali ... sin dalla sua nascita (Eddington 1919) ... e descrive il moto dei pianeti e delle stelle, nonché l'evoluzione dell'Universo Gps, satelliti, razzi....

Breve storia dei buchi neri

- Per lungo tempo si pensò che la natura non potesse ammettere un corpo le cui dimensioni fossero comparabili al raggio gravitazionale. Per il sole:

$$r_g = \frac{2GM_\odot}{c^2} = \frac{2 \times 6.6710^{-11} \times 1.98892 \times 10^{30}}{9 \times 10^{16}} m \simeq 3000m$$

Per la terra:

$$r_g = \frac{2GM_{\mathrm{T}}}{c^2} = \frac{2 \times 6.6710^{-11} \times 5.972 \times 10^{24}}{9 \times 10^{16}} m \simeq 9\ mm$$

Per Gianluca:

$$r_g = \frac{2GM_{\mathrm{GG}}}{c^2} = \frac{2 \times 6.6710^{-11} \times 90}{9 \times 10^{16}} m \simeq 1.5 \times 10^{-25} m$$

Per il buco nero super massivo al centro della galassia:

$$r_g = \frac{2GM_{\mathrm{BH}}}{c^2} = \frac{2 \times 6.6710^{-11} \times 5. \times 10^{36}}{9 \times 10^{16}} m \simeq 7.4 \times 10^{12} m$$

Breve storia dei buchi neri

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) dt^2 + \frac{dr^2}{1 - \frac{2GM}{c^2 r}} + r^2 \left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2\right)$$

- La "singolarità di Schwarzschild" si ha proprio per:

$$r_S \equiv r_g = \frac{2GM}{c^2}$$

- L'esistenza di questo raggio a cui la soluzione sembra sviluppare una singolarità ha causato 40 anni di discussioni, confusioni e errori…
- In realtà il primo a capire che questo non è in realtà una singolarità fu Georges Lemaître nel **1933,** ma sfortunatamente, seppellì questo risultato in un lungo lavoro di cosmologia.

Breve storia dei buchi neri

- Dal 1916 al 1950 molti scienziati provarono a dimostrare che la soluzione di Schwarzschild fosse sensata solo per **$r>r_s$** e che questa singolarità non potrebbe apparire dato che la materia non può essere concentrata arbitrariamente. Anche Einstein entrò in questa discussione argomentando, erroneamente, che se la materia stazionaria collassasse potrebbe raggiungere al più **$3/2\ r_s$**.
- **1928** limite di Chandrasekhar: Chandrasekhar trova un limite superiore per la massa di una nana bianca.

$$M < 1.44 M_\odot$$

- **1939** limite di Tolman–Oppenheimer–Volkoff: TOV trovano un limite superiore alla massa di una stella di neutroni. Attualmente:

$$1.44 M_\odot < M < 3 M_\odot$$

Breve storia dei buchi neri

- **Luglio 1939:** Oppenheimer–Snyder, Phys. Rev. **56**, 455 (1939) *When all the thermonuclear sources of energy are exhausted a sufficiently heavy star will collapse. Unless fission due to rotation, the radiation of mass, or the blowing off of mass by radiation, reduce the star's mass to the order of that of the sun, this contraction will continue indefinitely ... the radius of the star approaches asymptotically its gravitational radius; light from the star is progressively reddened, and can escape over a progressively narrower range of angles.... The total time of collapse for an observer co-moving with the stellar matter is finite, and for ... typical stellar mass* ***of the order of a day****; an external observer sees the star asymptotically shrinking to its gravitational radius.*
- **Metà anni 50:** Kurskal costruì il suo famoso sistema di coordinate per il buco nero di Schwarzschild che mostra l'assenza di qualunque singolarità a $\mathbf{r=r_s}$ che permette di studiare completamente la struttura della soluzione di Schwarzschild (vedi anche Szekeres (1960))

Breve storia dei buchi neri

- **1959:** Finkelstein mostrò che esistevano due modi per estendere in modo continuo la soluzione di Schwarzschild, descrivendo così sia la geometria di un buco nero che quella di un **Buco Bianco!**

- Negli **anni 60** l'idea di Oppenheimer–Snyder sul collasso di una stella che continua anche fino a $\mathbf{r=r_s}$, era quasi unanimemente accettato e si cominciò a parlare di **Stelle Congelate** o di **Stelle Collassate.**

- **1959:** Soluzione di Kerr per buchi neri ruotanti, quelli visti con le onde gravitazionali, possibilità di collasso non sferico. Forse la singolarità di curvatura è evitabile?

- **1965:** R. Penrose mostra che le singolarità di curvatura sono una proprietà generale del collasso gravitazionale.

Breve storia dei buchi neri

- **Fine anni 60 inizi anni 70:** Hawking e Penrose, con contributi significativi di Geroch, svilupparono tecniche differenziali, geometriche e topologiche che portarono ad importanti risultati sulla nascita di singolarità in sistemi gravitazionali e in cosmologia. Si entra nell'era moderna dei **Buchi Neri**!

Ma il nome?

AAAS INVITED LECTURES

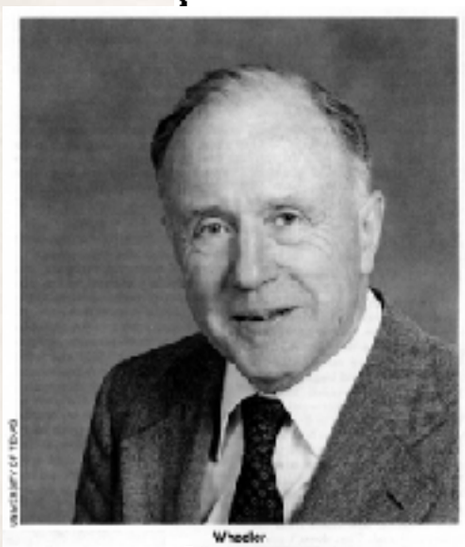
Sigma Xi–Phi Beta Kappa Lecture

FRIDAY, DECEMBER 29 1967
West Ballroom, New York Hilton

8:30 p.m. Chairlady: MINA REES (*Dean of Graduate Studies, City University of New York*)

Speaker: JOHN A. WHEELER (*Professor of Physics, Princeton University*)

Our Universe: The Known and the Unknown.


Wheeler

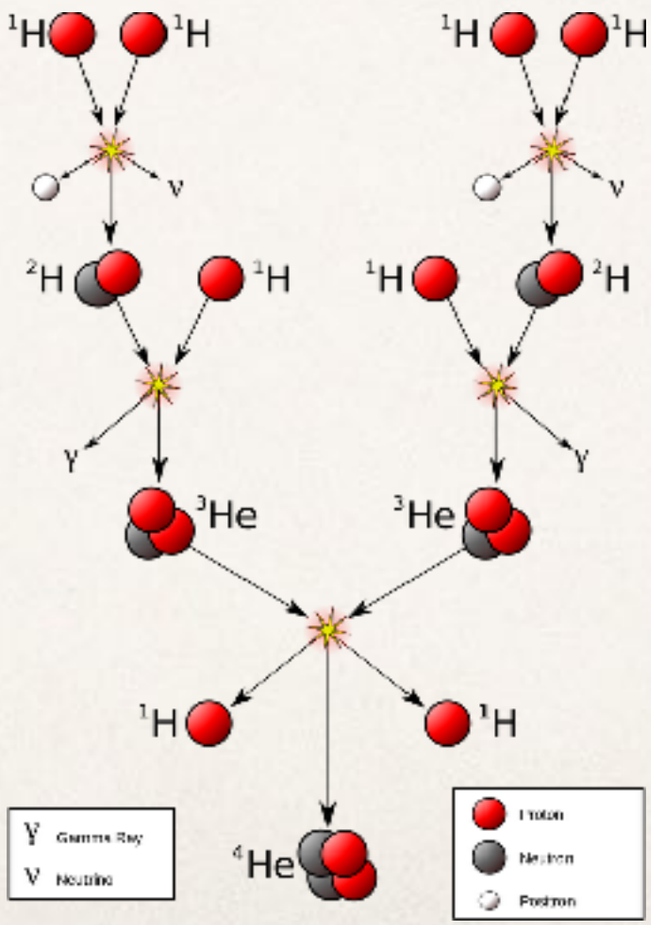
The formation of new stars and the explosion of old stars and the greatest variety of events, gigantic in scale and in energy, make the universe incomparably more interesting than any fireworks display that anyone could imagine in his wildest dreams. However, in all this wealth of events not one single effect has been discovered which has led to a new law of physics, and not one single finding has ever been obtained which is generally recognized to be incompatible with existing law. On the contrary, Einstein's relativity and the quantum principle and the lesser laws together predict astonishing events—some of them like the expansion of the universe already observed and others on "the most wanted list" of many present-day investigators. Among these are the "missing matter" predicted to be present by Einstein's theory and the "black holes" predicted to result from the "continued gravitational collapse" of an over-compact mass. No prediction of standard well-established theory is more revolutionary than "superspace," the dynamical arena of Einstein's general relativity, and none seems more likely to have consequences for all of physics, from elementary particle physics to the dynamics of the universe.

Come si forma un buco nero?

- Uno dei meccanismi possibili di formazione del buco nero è il **collasso stellare**.
- Una stella è sostanzialmente una grande massa di atomi di idrogeno 75% e di elio 25% dove le reazioni nucleari tra questi elementi riescono a controbilanciare l'attrazione gravitazionale.

Catena protone-protone nel sole circa:

10^{38}cicli p-p al secondo



Come si forma un buco nero?

- Quando il combustibile (idrogeno) si esaurisce inizia un processo di raffreddamento e compressione.
- Nel 1930 Subrahmanyan Chandrasekhar (Nobel 1983) calcolò quale dovesse essere la massa di una stella per poter resistere al collasso gravitazionale una volta terminate le reazioni nucleari al suo interno:

$$M < 1.44 M_\odot \equiv M_c$$

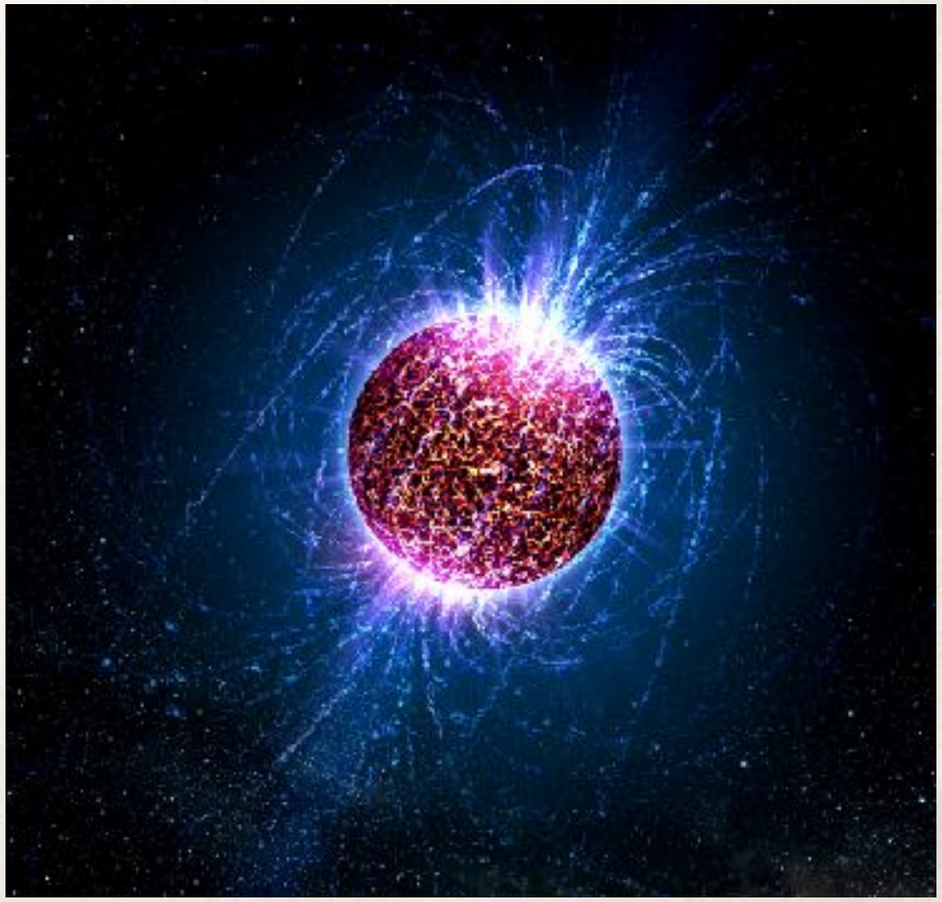
- Questo è appunto detto limite di Chandrasekhar (attualmente è di 1.39 masse solari)
- Quindi una stella come il sole, diventa, alla fine della sua storia, una **nana bianca**, cioè una stella sorretta dalla pressione di degenerazione degli elettroni dovuta al **principio di esclusione di Pauli.**

Come si forma un buco nero?

- Quando la massa della stella supera il limite di Chandrasekhar, gli elettroni possono diventare relativistici e dare luogo al decadimento beta inverso: la trasformazione di protoni in neutroni

$$p + e^- \rightarrow n + \nu_e$$

- La pressione di degenerazione degli elettroni viene così rimossa e la stella va incontro ad un collasso catastrofico a materia nucleare.
- Si forma così una **stella di neutroni**
- Anche i neutroni come gli elettroni sono particelle di spin 1/2, **fermioni** cioè, ed obbediscono al principio di esclusione di Pauli
- Può la pressione di degenerazione dei neutroni sostenere la stella contro il collasso?



Come si forma un buco nero?

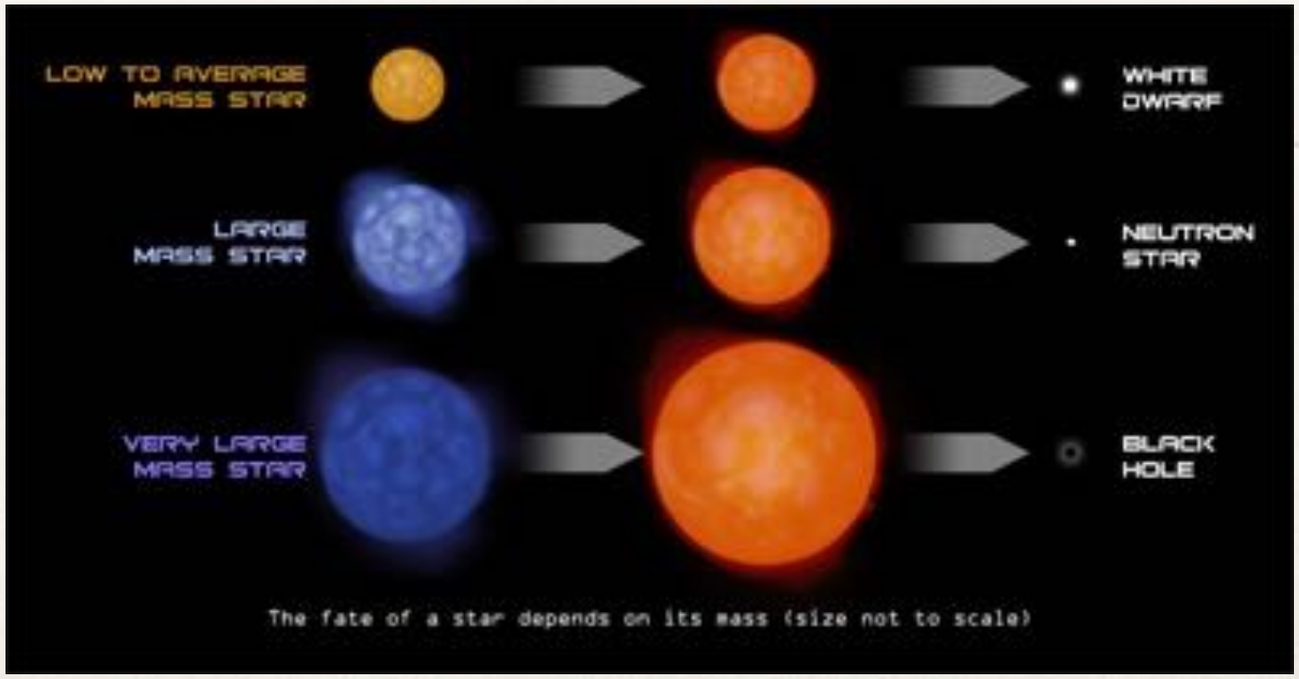
La risposta è sì purché la massa della stella non sia troppo grande

- **1939** limite di Tolman–Oppenheimer–Volkoff: TOV trovano un limite superiore alla massa di una stella di neutroni. Attualmente:

$$M < 3M_\odot$$

- Per masse superiori a queste si avrà il collasso gravitazionale in un **buco nero!**

Riassumendo



Che succede in un buco nero?

- Secondo le equazioni di Einstein della relatività generale

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R\, g_{\mu\nu} + \Lambda\, g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

- e l'equazione delle **geodetiche**

$$\frac{d^2 x^\lambda}{d\tau^2} + \Gamma^\lambda_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau} = 0$$

- dove

$$\Gamma^\lambda_{\mu\nu} = \frac{1}{2} g^{\lambda\rho} \left(\frac{\partial g_{\mu\rho}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\rho}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\rho} \right)$$

- sono i simboli di Christoffel,
- la deformazione che una massa induce nello spazio-tempo modifica le traiettorie dei corpi, poiché causa un cambiamento della metrica e quindi della forma dello spazio-tempo.

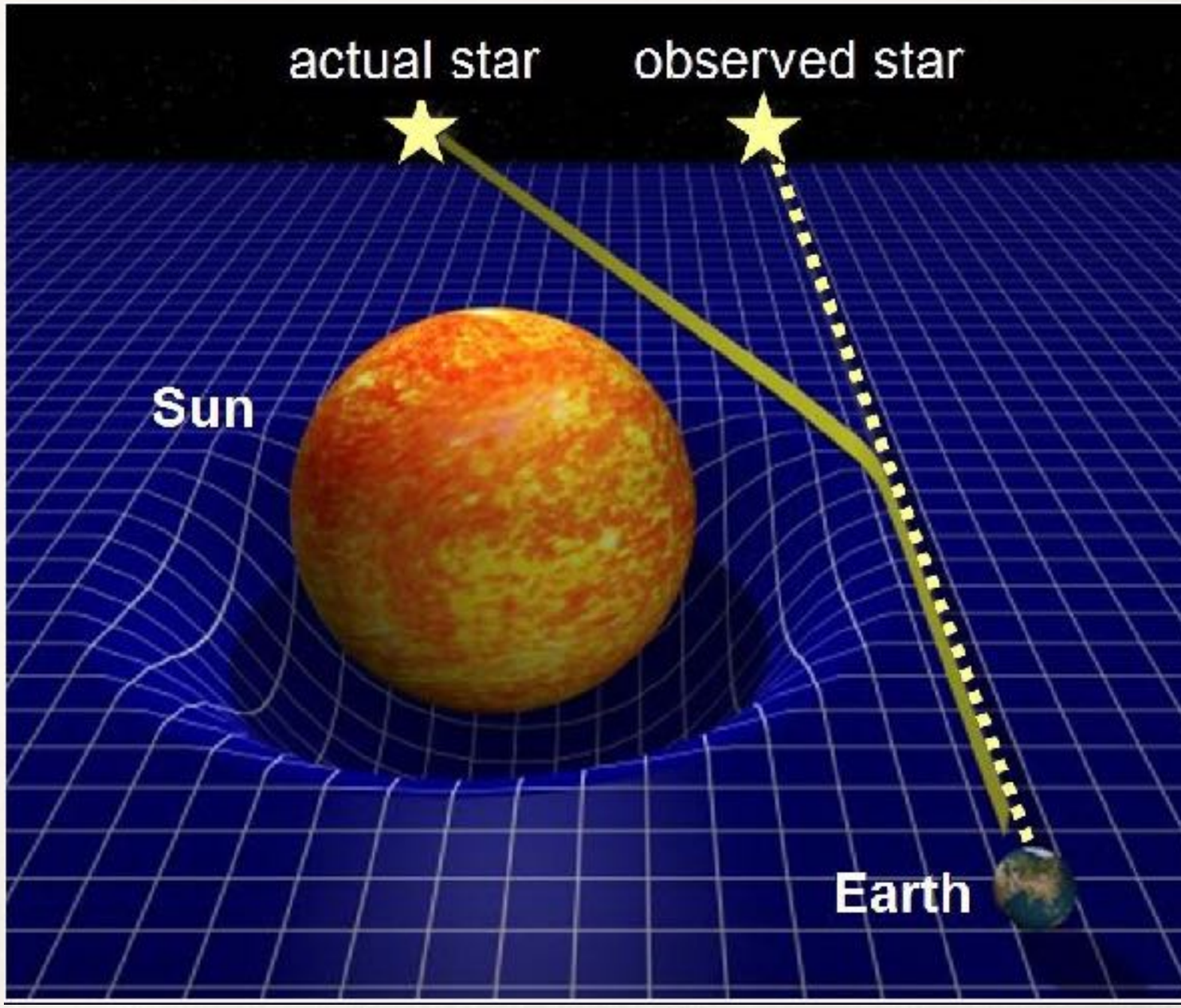
Che succede in un buco nero?

- Cosa fanno quindi le particelle, ma anche i fotoni, in un campo gravitazionale?

vanno diritte come nello spazio vuoto!

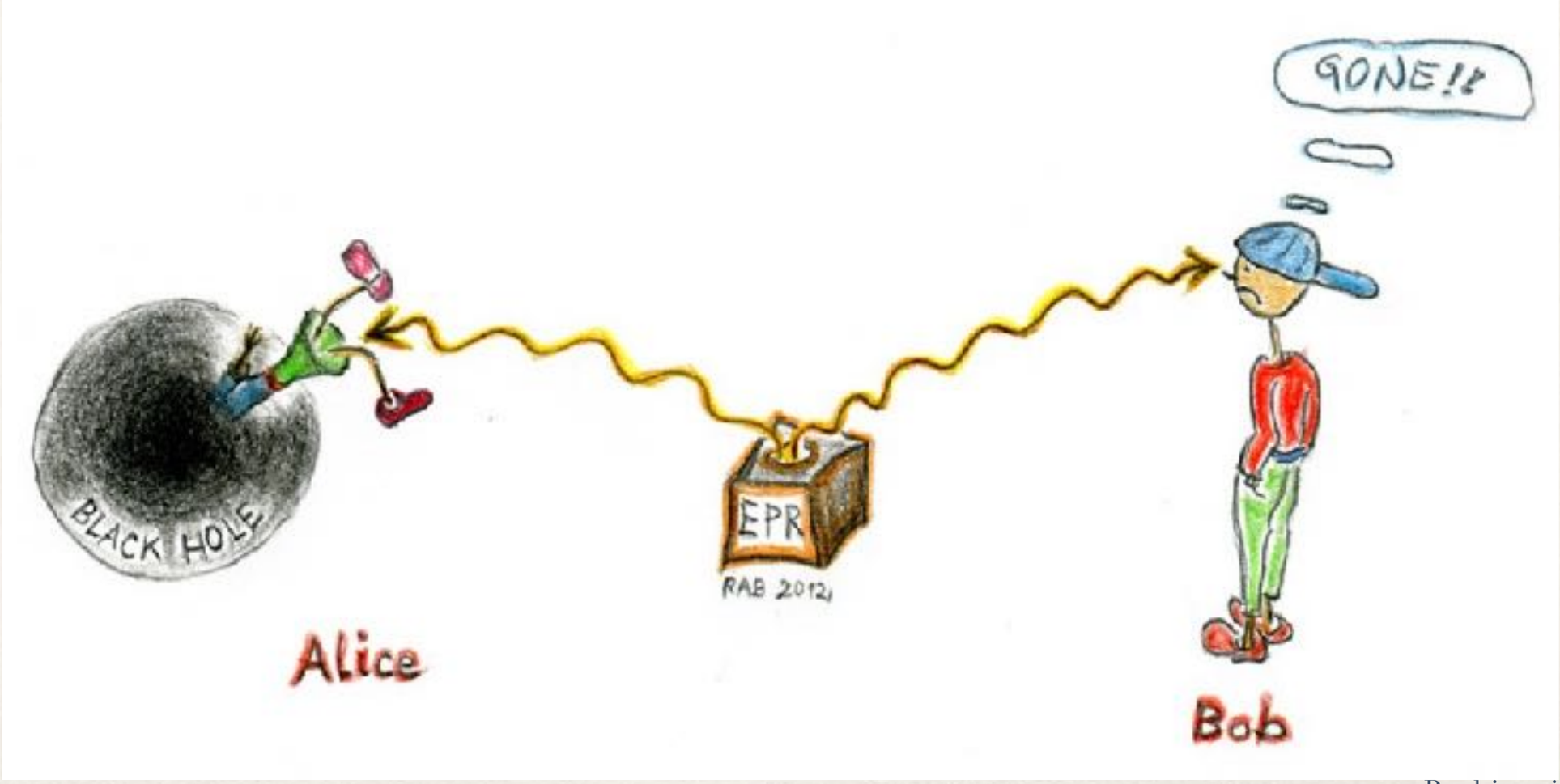
Ma è il concetto di diritto che è modificato dalla gravità!

- La metafora del **telo di Eddington** riassume la Relatività Generale: nello spazio curvo le linee diritte sono diverse, sono le **geodetiche.** La massa-energia curva lo spazio-tempo !



Che succede in un buco nero?

- Consideriamo una nave spaziale con 2 astronauti: Alice e Bob
- Alice e Bob scoprono che nella loro galassia c'è un buco nero.
- Bob, furbo, decide di rimanere sull'astronave, asintoticamente lontano dal buco nero e manda Alice a vedere che c'è vicino (e dentro) al buco nero per capire di che si tratta.



Che succede in un buco nero?

- Alice scende verso il buco nero, che supponiamo di Schwarzschild, lungo una geodetica radiale.
- Mentre Bob se ne sta tranquillo nell'astronave lontana in uno spazio-tempo piatto.
- Il tempo lungo la geodetica descrivente il moto di Alice è il tempo misurato da un orologio in caduta libera, è il **tempo proprio** di Alice.
- Il tempo misurato da Bob è il tempo dello spazio-tempo piatto, lo **spazio di Minkowski**.
- Risolvendo l'equazione delle geodetiche in uno spazio-tempo dato dalla metrica di Schwarzschild si trova che:

Che succede in un buco nero?

- Secondo Bob, Alice raggiunge il raggio di Schwarzschild **$r=r_s$**, cioè la superficie chiamata **orizzonte degli eventi**, in un **tempo infinito!** Bob vede Alice che rallenta sempre di più senza mai raggiungere **$r=r_s$**
- Durante questo tempo infinito scorre tutta l'evoluzione dell'universo.
- Alice invece, raggiunge l'orizzonte degli eventi in un **tempo finito** (sul suo orologio) e continua il suo viaggio attraversando senza accorgersene l'orizzonte degli eventi ed essendo attratta dalla vera e propria singolarità a **r=0!**
- Alice cioè può vedere cosa succede dopo il tempo **t=infinito** di Bob.
- Da questo capiamo perché un buco nero è chiamato così.

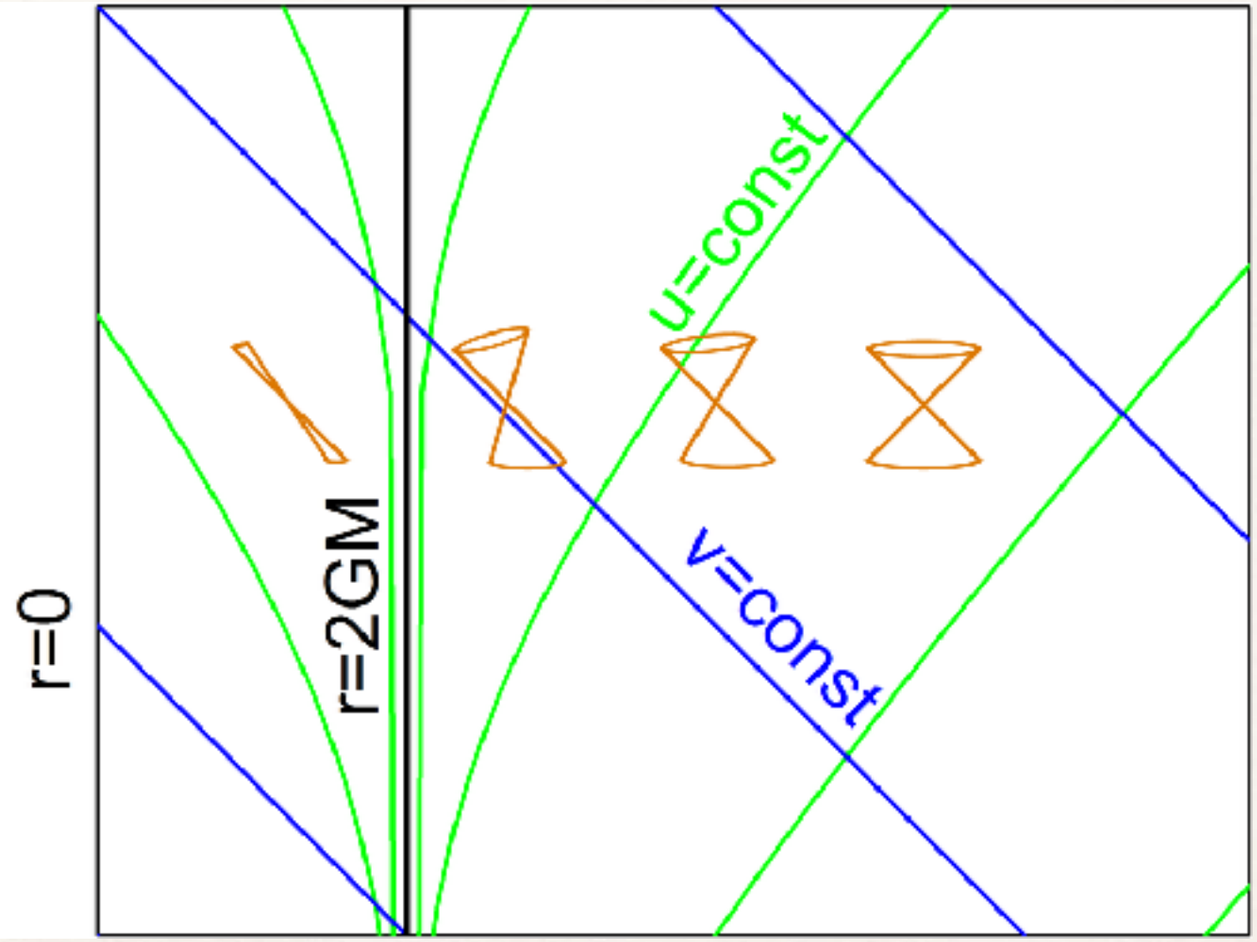
Che succede in un buco nero?

- Invertendo il segno del tempo, ad una particella emessa sulla superficie $\mathbf{r=r_s}$ serve un tempo infinito per arrivare all'astronave.
- Se consideriamo radiazione luminosa, anche alla luce occorrerebbe un tempo infinito per raggiungere l'astronave, cioè non ci arriva mai, il corpo è **nero**.
- Quindi se una stella riduce le sue dimensioni fino al raggio di Schwarzschild (per corpo sferico statico), diventa invisibile per noi. La luce che emette subisce quello che si chiama un **redshift** infinito (cioè un **effetto Doppler** infinito verso lunghezze d'onda sempre più grandi) da cui anche il nome di **orizzonte per** $\mathbf{r=r_s}$

Che succede in un buco nero?

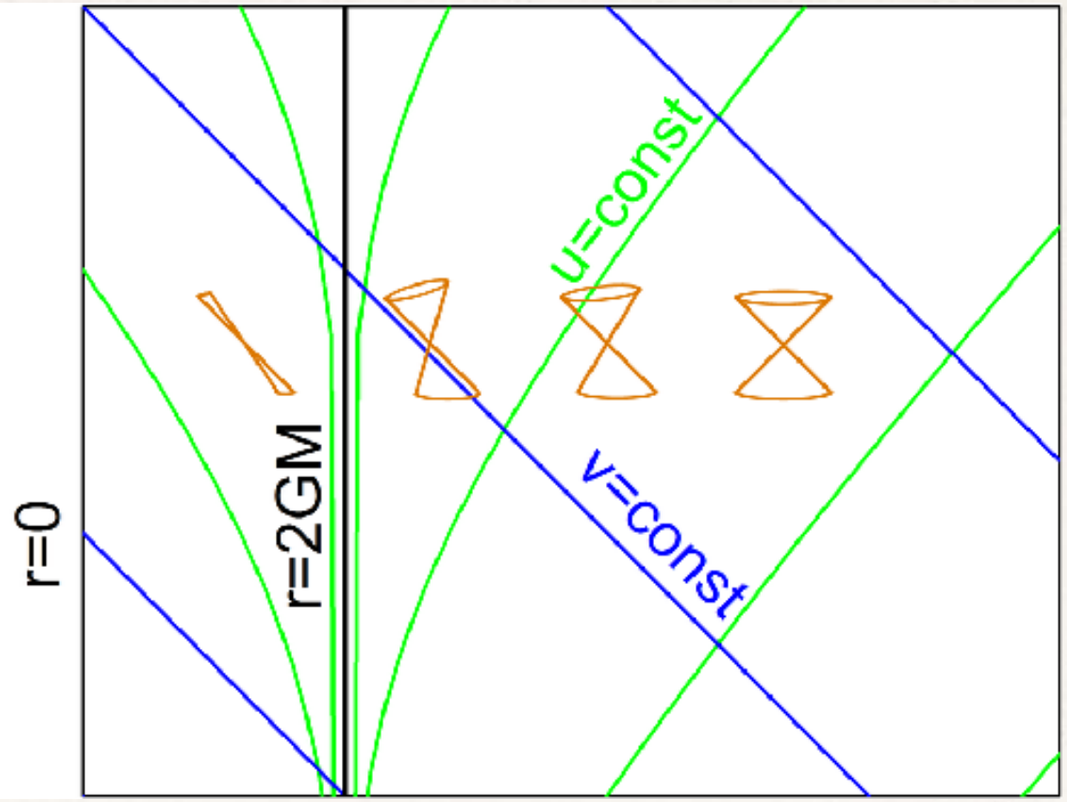
- La metrica di Schwarzschild in coordinate di Kruskal-Szekeres diviene (con G=c=1):

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right) du dv + r^2 \left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2\right)$$



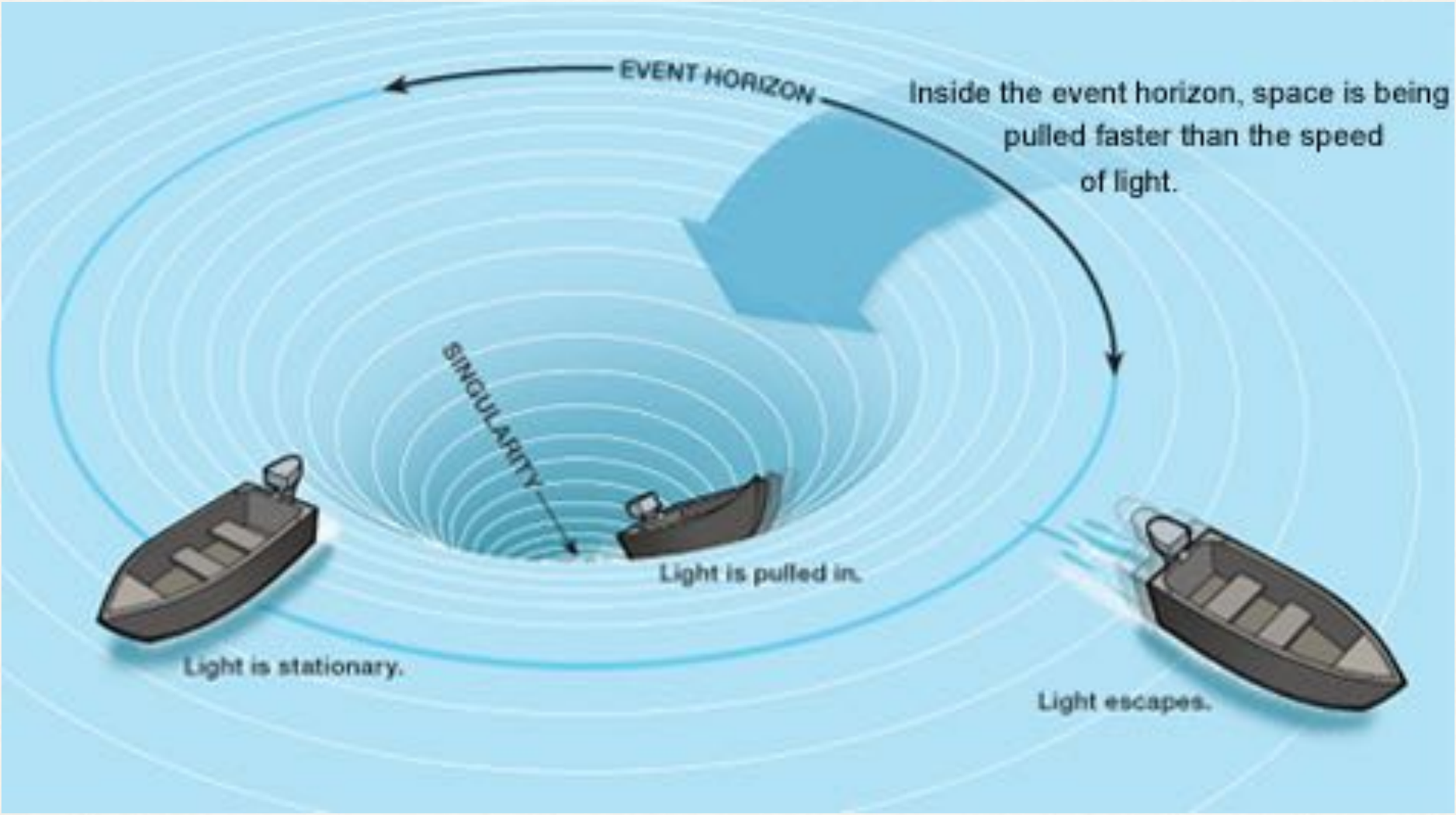
- In una riga: il buco nero è una regione da cui niente può scappare. Ma perché?

Che succede in un buco nero?



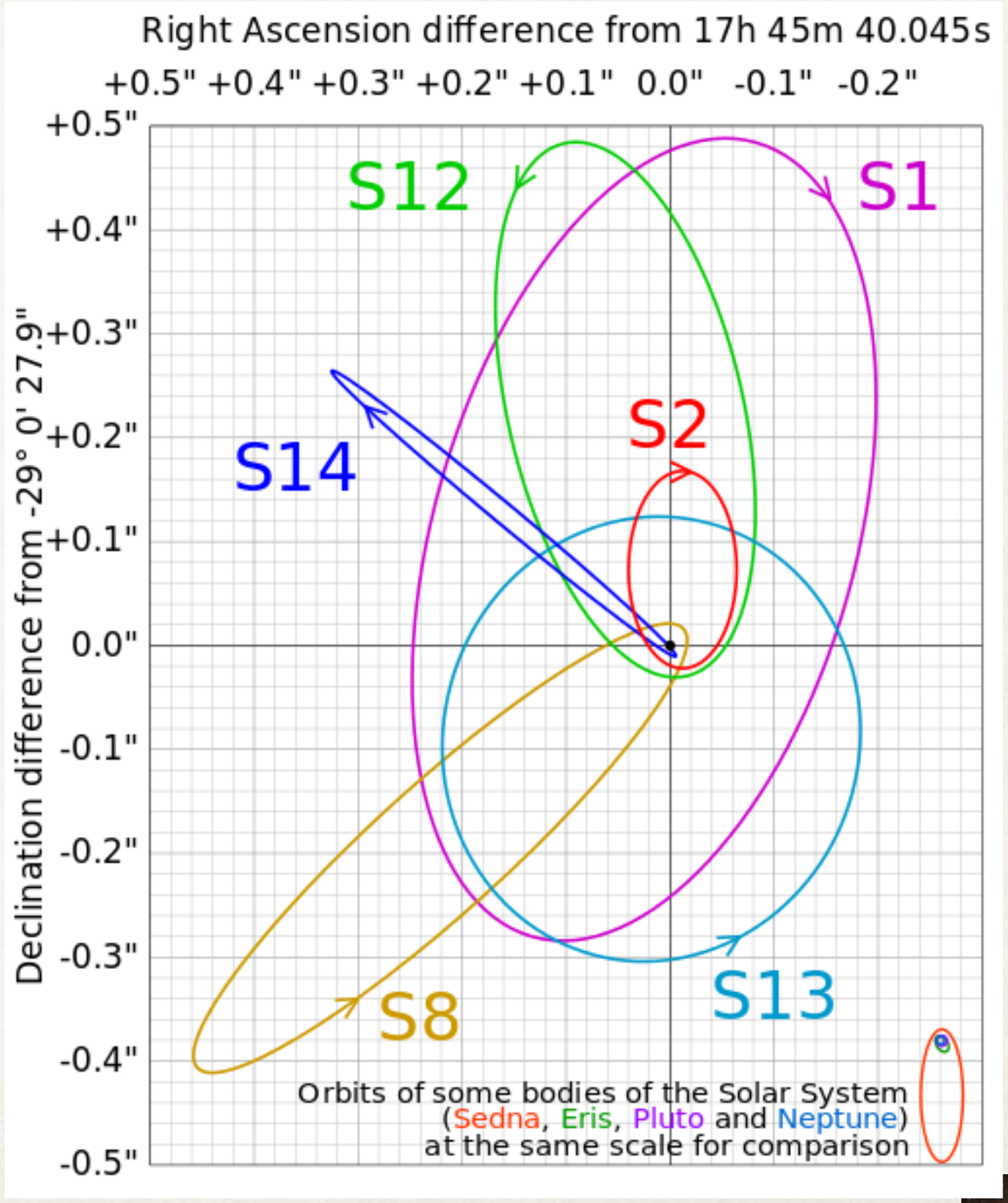
- I **coni-luce**, che descrivono qual è il futuro di una particella, cominciano a deformarsi andando verso **r=2GM**. Si piegano verso **r=0**.
- Dopo aver attraversato l'orizzonte degli eventi, i coni-luce puntano verso **r=0**.
- La regione **r<2GM** è causalmente sconnessa dalla regione **r>2GM**
- Conoscendo il futuro non si può ricostruire il passato.

Che succede in un buco nero?



Che succede intorno ad un buco nero?

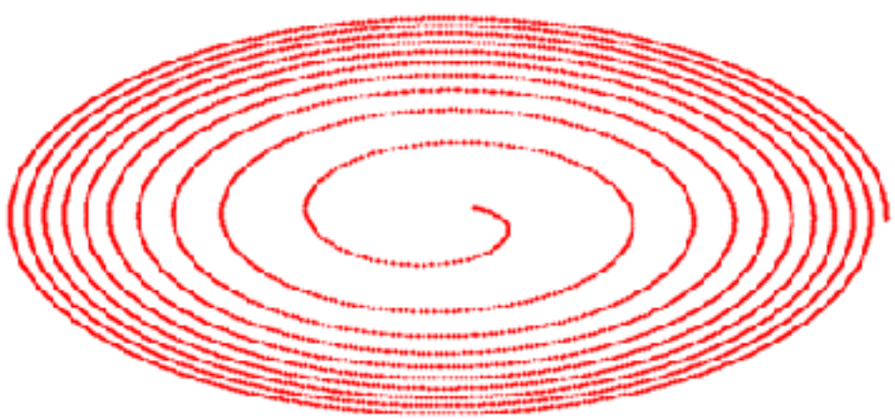
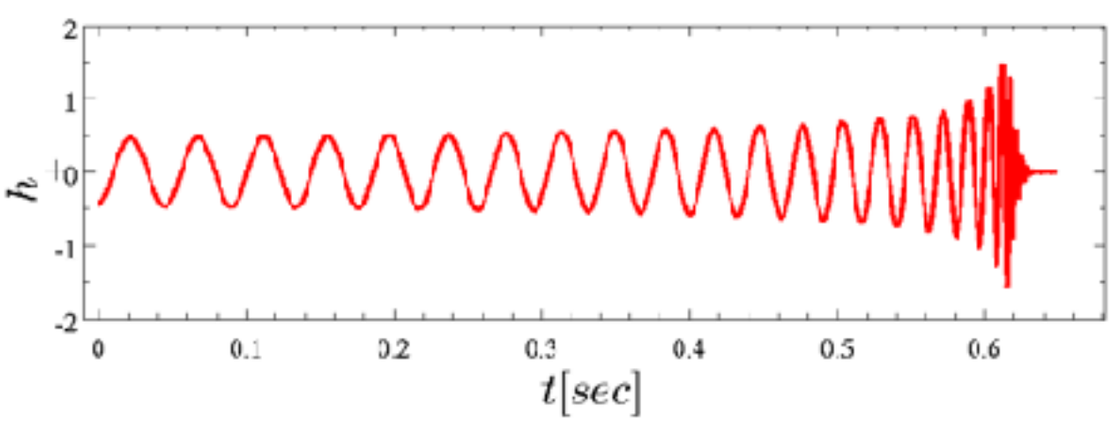
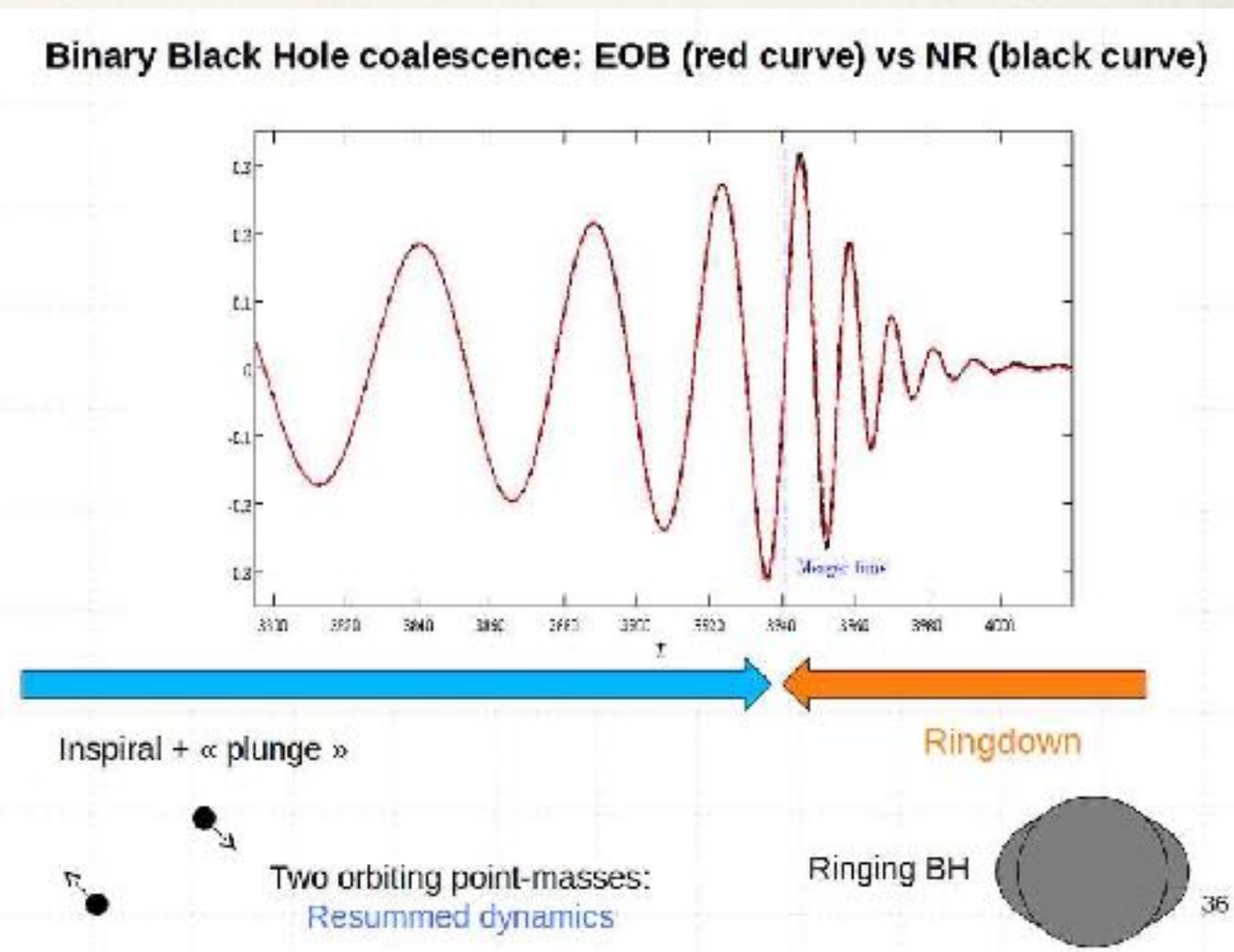
- Insieme ad uno studente del terzo anno (tesi triennale) abbiamo calcolato la precessione del periastro di S2, viene enorme rispetto a quella del perielio di Mercurio, test classico della relatività generale.
- Il calcolo sarà verificato tra un paio di anni



Grazie dell’attenzione!

gianluca.grignani@unipg.it

Come si simula la forma dell'onda?

The Effective One-Body (EOB) Formalism

The EOB formalism was created at IHES around 2000 [Buonanno, Damour,1999], [Buonanno, Damour, 2000]. The main aim of the EOB formalism was to provide a new theoretical framework allowing one to analytically describe the complete gravitational-wave signal emitted during the entire coalescence process of binary black-hole systems, covering inspiral, merger and the post-merger (ringdown) signal. It was conceived at a time where there were no numerical simulations able to describe the coalescence of binary black holes (BBH), and where the existing theoretical methods [based on straightforward post-Newtonian (PN) theory] were unable to describe the last orbits, before coalescence, of binary black holes.